EL CARRIL NEUMÁTICO:

COMPROBACIÓN DE LAS **LEYES DE NEWTON**

Y DETERMINACIÓN DE **LA GRAVEDAD**

CARLOS HUERTAS BARRA
barra#alumni.uv.es
FERNANDO HUESO GONZÁLEZ
ferhue#alumni.uv.es

1º DE L. FÍSICA Grupo B. L1/2
Laboratorio de Física General, Fac. de Física,
Universidad de Valencia, Campus de Burjassot

Experimento realizado el 16-I-08
Memoria entregada el 5-III-08

ÍNDICE

ÍNDICE ....- 2 -

RESUMEN ....- 3 -

- **INTRODUCCIÓN**

CONTEXTO HISTÓRICO ....- 3 -

FUNDAMENTOS TEÓRICOS..- 5 -

- **MATERIAL Y MÉTODOS**

MONTAJE EXPERIMENTAL ....- 8 -

PROCEDIMIENTO...- 10 -

- **RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD.......................................- 14 -

SEGUNDA LEY DE NEWTON..- 16 -

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ....- 18 -

CONCLUSIÓN ....- 20 -

RESUMEN

En este experimento hemos comprobado las leyes de Newton, así como dos tipos de movimientos, el movimiento rectilíneo uniforme y el uniformemente acelerado, a partir de cuyo estudio hemos podido determinar la aceleración de la gravedad. Para ello hemos empleado un carril con rozamiento despreciable, en el que se desliza un carrito con una velocidad adquirida mediante un sistema carrito-portapesas, donde un sistema de aire que sale de los orificios del carril ayuda a mantener el sistema sin fricción. Aprovechando dicho montaje también se ha comprobado el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento, haciendo chocar dos carritos mediante colisiones elásticas. Así pues el experimento tiene principalmente los siguientes objetivos:

- Estudio y comprobación de las leyes de Newton para hallar el valor local de la aceleración de la gravedad.
- Observación del comportamiento de los movimientos rectilíneos en sistemas sin apenas fricción.
- Comprobación experimental de la validez del teorema de la conservación de la cantidad de movimiento.
- Estudio cualitativo de las colisiones elásticas, empleadas en la demostración de dicho teorema.

También se puede destacar otro aspecto del experimento: la relevancia del método experimental utilizado, sus limitaciones y condicionamiento a la hora de determinar los errores de las medidas obtenidas debidos a la incertidumbre del procedimiento.

CONTEXTO HISTÓRICO

La fuerza de gravedad es una de las cuatro fuerzas fundamentales* observadas en la naturaleza, y la experimentan entre sí los cuerpos con masa. Su efecto es siempre atractivo y su alcance, infinito. Por tanto, esta fuerza está presente en todo el universo y a partir de ella se pueden explicar la mayoría de los movimientos de planetas y de sistemas de cuerpos con masa. También en la tierra está presente dicha fuerza. Es un fenómeno conocido y asumido por todos los humanos desde tiempos remotos. No obstante, la descripción físico-matemática adecuada no apareció hasta que Newton formuló sus tres famosas leyes, inspiradas por la famosa experiencia de Newton y la manzana que caía del árbol. Intuitivamente, se podría pensar que el giro de los planetas alrededor del sol nada tiene que ver con el que un objeto caiga al suelo desde una altura. Sin embargo, Newton comprendió y demostró que se trataba de dos manifestaciones de un mismo fenómeno físico, la atracción gravitacional.

Sir Isaac Newton (**Figura 1**) fue un científico, físico, filósofo, alquimista y matemático inglés nacido en 1643 en Inglaterra. Entre sus trabajos más importantes figuran sus estudios de la naturaleza de la luz y la óptica, el desarrollo del cálculo matemático y la ley de la gravitación universal. Estableció las bases de la Mecánica Clásica mediante el enunciado de las tres leyes de Newton, un hito en la historia de la Física, por las cuales es considerado un genio. Su obra culminó la revolución científica iniciada en el siglo XVI con Copérnico (heliocentrismo), en pleno Renacimiento y cambio de la mentalidad medieval a una más moderna, antropocéntrica y humanista. Los planteamientos de Galileo, junto con Tycho Brahe, Nicolás Copérnico y Kepler revolucionaron el conocimiento científico y renovaron la ciencia estancada en el modelo aristotélico y ptolemaico, siendo Newton quien sistematizó y demostró anteriores teorías y culminó dicha revolución.

Figura 1 - Sir Isaac Newton
(Su obra cumbre fue "Principia Mathematica")

Figura 2 - Balanza de torsión de Cavendish

La primera ley de Newton es la ley de la inercia: la tendencia de todo cuerpo a moverse en línea recta en ausencia de fuerzas exteriores. Así pues, si se lanza un objeto horizontalmente, éste describe una parábola, lo que implica necesariamente que existe una fuerza, la fuerza de la gravedad. Según Newton, a diferencia una cuerda que puede atraer un objeto, dicha fuerza actuaba "a distancia" y no necesitaba de soporte material físico. Al deducir la expresión de dicha fuerza, Newton demostró que la fuerza de la gravedad en la Tierra era la misma que atraía a los cuerpos celestes, es decir, que estaba presente en todo el universo, allá donde hubiese masa. A partir de la segunda ley (conservación de la cantidad de movimiento) y de la tercera (acción y reacción) se completaba la explicación de los movimientos desde los objetos más pequeños en la Tierra hasta los cuerpos celestes más grandes del Universo.

La fuerza de la gravedad, descrita por Newton y desarrollada posteriormente con la teoría clásica de campos, es una fuerza central y conservativa. A partir de ella se puede deducir la aceleración de la gravedad en cualquier punto de la tierra (conociendo su masa y la distancia al centro de la misma). En la expresión de la fuerza de atracción gravitacional aparece la constante de gravitación universal G. Dicha constante fue medida con el célebre experimento de la balanza de torsión de Cavendish (**Figura 2**). Cavendish demostró la ley de la gravitación universal de Newton a partir de la torsión de una balanza al ser atraídas unas pesas por dos esferas de plomo de 175 kg.

En resumen, la ley de gravitación universal fue una verdadera revolución científica y una base fundamental para la Física que se ha desarrollado hasta nuestros tiempos, siendo uno de los pilares sobre los que Einstein edificaría su teoría de la relatividad. Fue un gran unificador y sintetizador de fenómenos en apariencia distintos, comparable a las ecuaciones de Maxwell en electromagnetismo. Sus logros hacen de él uno de los físicos más importantes, aunque su prestigio también dificultó posteriormente el avance de la Física en campos como el estudio de la naturaleza de la luz como una onda y no como un haz de partículas con propagación rectilínea, como el suponía.

En este contexto, decidimos comprobar en nuestro propio laboratorio y con nuestros medios mediante un experimento sencillo las leyes de Newton, así como determinar aproximadamente la aceleración de la gravedad. Para ello diseñamos un montaje experimental en el que, a partir de las leyes del movimiento de la mecánica, podamos determinar dicho valor. Para simplificar los cálculos y el método experimental es necesario reducir al máximo el rozamiento (para poder despreciarlo), surgiendo con esas condiciones la idea del carril neumático como medio para realizar nuestro experimento. Veamos antes los fundamentos teóricos que aplicaremos después en nuestro experimento al estudiar el movimiento acelerado.

**Nota:* *Las cuatro fuerzas fundamentales presentes en la naturaleza son la fuerza gravitatoria, la electromagnética y las nucleares (débil y fuerte). La gravitatoria es la única de todas ellas que podría frenar la expansión del universo y provocar que se comprimiese en un solo punto.*

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Conviene, previamente a la explicación del experimento, recordar algunos conceptos teóricos necesarios para el estudio del movimiento de un cuerpo. Un importante concepto físico es el de momento lineal, ímpetu o cantidad de movimiento p de una partícula que se define como el producto de su masa por la velocidad, es decir:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad [1]$$

El momento lineal es una magnitud vectorial, y puede considerarse como una medida de la dificultad de llevar la partícula hasta el reposo. La importancia de éste concepto radica en que combina dos magnitudes físicas que caracterizan el estado dinámico de una partícula, la masa y la velocidad.

Sea un sistema aislado en donde no actúa ninguna fuerza externa, formado por dos partículas, donde estas partículas se atraen mutuamente. Al interaccionar entre sí se crea una aceleración y, por tanto, las velocidades de dichas partículas varían con el tiempo. Considerando este sistema para un tiempo t:

$$\vec{p}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_1 \qquad [2]$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \cdot \vec{v}_2 \qquad [3]$$

Así pues podemos decir que el momento total del sistema es:

$$\vec{p} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 \qquad [4]$$

Para un t' posterior tenemos:

$$\vec{p}_1' = m_1 \cdot \vec{v}_1' \qquad [5]$$

$$\vec{p}_2' = m_2 \cdot \vec{v}_2' \qquad [6]$$

Y al igual que en el caso anterior el momento total del sistema será pues:

$$\vec{p}' = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2' \qquad [7]$$

Independientemente del tiempo considerado, se comprueba experimentalmente que:

$$\vec{p} = \vec{p}' \qquad [8]$$

Este hecho lleva a una de las leyes fundamentales de la física, conocida como conservación del momento lineal; si la fuerza externa resultante sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema permanece constante. Donde la podemos expresar de la forma siguiente:

$$P_{sist} = \sum_i m_i \cdot v_i = cte \rightarrow (F_{ext} = 0) \qquad [9]$$

Esta ley es, en general, más aplicable que la ley de conservación de la energía mecánica debido a que las fuerzas internas ejercidas por una partícula del sistema sobre otra son frecuentemente no conservativas. Así pues, estas fuerzas internas pueden hacer variar la energía mecánica total del sistema, pero no pueden modificar la cantidad de movimiento total del sistema.

A partir de la conservación del momento se pueden enunciar las leyes de Newton. Recordemos brevemente las tres leyes:

- **1ª Ley de Newton o ley de la inercia:**

Todo cuerpo al que no se le aplique una fuerza externa, continuará con su movimiento en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

Nótese que el movimiento del cuerpo debe ser necesariamente constante; de lo contrario, el cuerpo estaría acelerado, lo que significaría que estaría actuando una fuerza externa sobre él.

- **2ª Ley de Newton:**

La fuerza aplicada a un cuerpo es directamente proporcional a la masa del cuerpo por su aceleración, es decir:

$$\sum F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot a \qquad [10]$$

donde m es la masa del cuerpo y $\frac{d^2x}{dt^2}$ designa la segunda derivada del espacio recorrido respecto del tiempo, es decir la aceleración del cuerpo, a.

- **3ª Ley de Newton o principio de acción–reacción:**

A partir de la definición de fuerza, expresión [10]:

$$F_{1,2} = -F_{2,1} \qquad [11]$$

Nótese que la fórmula [11] pone de manifiesto que siempre que ejercemos una fuerza a un cuerpo, éste nos "devuelve" la misma pero de sentido contrario. Así pues, teniendo en cuenta la conservación del momento podemos imaginar un sistema formado por una sola partícula, donde obviamente esta partícula no puede interaccionar con ninguna otra partícula, por lo que su cantidad de movimiento no varía. Como se puede observar, este hecho corresponde a la 1ª ley de Newton.

Si ahora suponemos que la partícula no está aislada y sufre una interacción, esta interacción podemos cuantificarla observando la variación de la cantidad de movimiento con el tiempo. Para cuantificar la interacción no es relevante el qué la provoco, sino los efectos que ésta causó sobre la partícula. La variación de la cantidad de movimiento con el tiempo viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad [12]$$

donde $\vec{F}$ es la fuerza resultante de la interacción. Obsérvese que la expresión [12] corresponde a la segunda ley de Newton que viene dada por la expresión [10].

Efectivamente si diferenciamos la expresión [12] obtenemos lo siguiente:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \qquad [13]$$

Y si $\vec{p}$ está referido a una partícula de masa constante obtenemos:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} \qquad [14]$$

La unidad de medida en el SI es:

$$\left[\vec{F}\right] = \left[m \cdot \vec{a}\right] = MLT^{-2} \qquad N = Kg \cdot m / s^2 \qquad [15]$$

Si suponemos ahora un sistema formado por dos partículas, donde éstas sufren una interacción entre ellas, es decir, un intercambio de cantidad de movimiento recuperamos la expresión [11], la tercera ley de Newton.

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \qquad [16]$$

Para estudiar el caso del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en nuestro laboratorio, podemos plantear las siguientes ecuaciones integrando la aceleración:

$$a = cte \longleftrightarrow v = at + v_0 \longleftrightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \qquad [17]$$

donde v_0 es la velocidad inicial y x es el espacio recorrido. Empleando estas ecuaciones y la tercera ley de Newton, podremos diseñar un montaje en el que el estudio del movimiento de un cuerpo permita hallar el valor de la aceleración g, uno de los objetivos principales de este experimento.

En cuanto al objetivo de la comprobación de la conservación de la cantidad de movimiento, a podremos verificar dicha ley mediante choque elásticos. En las colisiones elásticas, las energías cinéticas inicial y final son iguales. En el mundo macroscópico, una colisión elástica es una aproximación a la realidad, que nunca puede llegar a darse, ya que siempre habrá por mínima que sea disipación de la energía del choque. A escala microscópica dichas colisiones son más comunes; por ejemplo, las colisiones entre las moléculas del aire son siempre elásticas. Así pues, en todas las colisiones elásticas tenemos:

$$\frac{1}{2}m_1 v^2{}_{1f} + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}{}^2 = \frac{1}{2}m_1 v^2{}_{1i} + \frac{1}{2}m_2 v^2{}_{2i} \qquad [18]$$

Teniendo en cuenta la naturaleza cuadrática de la expresión [18], y la expresión del momento lineal, ecuación [1], podemos tratar la expresión más fácilmente si expresamos las velocidad relativa de las dos partículas después del choque en función de la velocidad relativa antes del choque, así pues tenemos:

$$m_2(v_{2f}{}^2 - v_{2i}{}^2) = m_1(v_{1i}{}^2 - v_{1f}{}^2) \longleftrightarrow m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) = m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) \qquad [19]$$

Teniendo en cuenta la conservación del momento lineal para este sistema:

$$m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \qquad [20]$$

Se obtiene que:

$$m_2(v_{2f} - v_{2i}) = m_1(v_{1i} - v_{1f}) \qquad [21]$$

Si dividimos ahora la expresión [19] entre la [21] obtenemos:

$$v_{2f} + v_{2i} = v_{1i} + v_{1f} \qquad [22]$$

De modo que:

$$v_{2f} - v_{1f} = -(v_{2i} - v_{1i}) \qquad [23]$$

Con lo que obtenemos las velocidades relativas en una colisión elástica.

Hay que indicar que, si la cantidad de movimiento se conserva en el sistema, es decir, no hay disipación de energía, la expresión [23] nos dará el mismo resultado en ambos miembros, con lo que $\Delta\vec{p} = 0$. Por lo tanto, el estudio de la variación del momento lineal en un choque elástico puede ser una manera sencilla de comprobar la conservación de la cantidad de movimiento.

Obsérvese que el desarrollo realizado sólo tiene en cuenta las colisiones elásticas en una dimensión, puesto que nuestro experimento de la comprobación de la conservación de la cantidad de movimiento se desarrollará con un movimiento rectilíneo sobre el carril. Estas ecuaciones no son suficientes para tal comprobación en más dimensiones, caso en el cual la conservación de movimiento tiene carácter vectorial.

Conociendo las velocidades antes y después del choque podemos calcular $\Delta\vec{p}$. Si el sistema carece de rozamiento, las velocidades antes y después de la colisión serán las mismas y, por tanto, suponiendo que $m_1 = m_2$, $\Delta\vec{p} = 0$. En consecuencia, en dicho sistema, la cantidad de movimiento se conserva, resultado que trataremos de verificar experimentalmente.

Esta parte del experimento también se puede comprender de una forma muy interesante mediante la conservación de la energía mecánica. En un primer momento, cada uno de los carritos lleva una cierta energía cinética, que dependerá de la velocidad inicial de cada uno, ya que $m_1 = m_2$. Durante el periodo de colisión, la energía cinética de cada uno de los carritos se va transformando en energía potencial elástica, que se va almacenando en cada una de las gomas de cada carrito. Cuando, en la colisión, la velocidad de los dos carritos sea cero, toda la energía del sistema quedará acumulada en forma de energía potencial elástica. Como la energía total del sistema no varía, (se supone que es un sistema "ideal"), la energía elástica acumulada en las gomas se irá transformando en energía cinética. Las energías cinéticas inicial y final serán las mismas y por lo tanto $\Delta E_{C_F} - \Delta E_{C_I} = 0$, resultado análogo a la conservación de la cantidad de movimiento en choques elásticos.

MONTAJE EXPERIMENTAL

Para estudiar la naturaleza del movimiento acelerado, diseñamos un carril metálico que situaremos horizontalmente sobre una superficie estable, como puede ser una mesa. El carril debe estar totalmente fijo. Instalamos un sistema que expulsa aire por unos orificios (organizados) a lo largo de todo el carril, de manera que al colocar un objeto deslizante sobre él, el rozamiento sea mínimo y se pueda estudiar sencillamente la aceleración. Elegimos un carrito metálico como objeto deslizante, aunque podría haber sido otro objeto, siempre que el perfil aerodinámico garantizase unas condiciones de rozamiento del aire al moverse y acelerarse. Sobre el carrito colocamos una "bandera" que nos puede permitir controlar el tiempo de paso por un determinado punto del carril y dos pequeños cilindros metálicos sobre él que se puedan colocar las pesas del laboratorio. De esta manera se puede "jugar" con la masa entre ambos extremos del sistema.

Una vez establecidas estas condiciones (las dimensiones del carril son arbitrarias), el carrito debe estar quieto sobre el carril con la máquina de aire conectada. Esto garantiza que el carril esté totalmente horizontal y que el impulso del aire no lo haga moverse. En este punto hay que tratar de acelerar el carrito, con lo que se idea un dispositivo mediante una polea de precisión, un hilo fino y un portapesas. Se engancha un extremo del carrito (situado sobre el carril) a una cuerda, que puede deslizar sobre una polea situado en un extremo del carril a la altura del carrito. En el extremo de la cuerda que pende verticalmente, enganchamos un portapesas, sobre el cual podrán colocarse las distintas pesas del laboratorio. Conviene que el peso del portapesas sea bajo para poder experimentar desde pesas pequeñas hasta otras más grandes, de modo que el peso del portapesas no tenga una influencia notable. En nuestro experimento decidimos construir el portapesas a partir de un pequeño cilindro metálico y una peseta a modo de base, de forma que se puedan colocar las pesas del laboratorio sobre él. Asimismo, el peso del carrito no debería ser muy grande para que el rozamiento sea efectivamente bajo. Para estudiar el movimiento, es necesario conocer las masas empleadas en cada medida, para lo cual disponemos de la báscula electrónica de nuestro laboratorio, cuya sensibilidad es de 0,1g, lo cual permitirá obtener resultados finales bastante precisos. En nuestro experimento, las masas que medimos eran las siguientes:

$m_{carr} = 199{,}8 \pm 0{,}1$g
$m_{pp} = 0{,}9 \pm 0{,}1$g

Las pesas que empleamos tienen todas ellas una masa de $10{,}0 \pm 0{,}1$g.

Es preciso señalar que el carril debe estar situado a una altura determinada, de manera que el portapesas con las pesas pueda descender y acelerar el carrito durante un recorrido similar, si es posible, al del carril neumático. Por tanto conviene que el extremo esté situado en el borde de la mesa para que el porta-pesas pueda descender sin chocar con ella. Se debe cuidar también que el hilo no se salga de la polea de precisión y que con las pequeñas oscilaciones del portapesas al acelerarse no choque con ella.

La justificación de este montaje y de la colocación de la cuerda y el portapesas se halla en el estudio de las leyes de Newton y, en general, de las fuerzas existentes en una cuerda. El módulo de la fuerza en ambos extremos de la cuerda debe ser igual, es decir, la suma vectorial de ambas es fuerza. Por tanto, si sabemos que la aceleración en el hilo que pende verticalmente es g:

$$F = (m + m')a = m'g \qquad [24]$$

donde m' es la masa que pende del hilo, m la masa que desliza sobre el carril neumático y a la aceleración total del sistema "causada" por la gravedad de las masas suspendidas en el aire.

En consecuencia, conociendo las masas y determinando la aceleración, podremos hallar el valor de g.

En este punto del montaje (ver **Figura 4**), con el carrito enganchado al portapesas, el sistema debe acelerarse levemente, lo cual pone de manifiesto que las condiciones de rozamiento son muy bajas, al poder la pequeña masa del portapesas arrastrar el carrito. Ahora debemos cronometrar los tiempos de desplazamiento entre dos puntos del carril. Para ello empleamos una célula fotoeléctrica que se active o desactive al pasar la bandera del carrito a través de dicha célula (**Figura 3**). Conviene que sea una célula muy sensible para que los valores sean precisos, aunque posteriormente se observe dispersión en los datos. Mediante un sistema eléctrico-magnético y la célula fotoeléctrica podemos "liberar" el carrito desde un extremo del carril para que sea acelerado, empezando a contar el tiempo desde dicho momento hasta que la bandera intercepte la célula. Asimismo, con el objeto de determinar aproximadamente velocidades instantáneas que nos pueden servir para determinar la aceleración, la célula debe disponer de un modo que cuente el tiempo entre la entrada y la salida de la bandera del carrito. Por ello es necesaria la precisión de la célula fotoeléctrica, que en nuestro experimento es de 0,001s.

Para medir las distancias en el carril se precisa una cinta métrica, que en nuestro montaje concreto pegamos al carril, y cuya sensibilidad es de 0,1cm.

Finalmente, para comprobar el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento, último de nuestros objetivos del experimento, empleamos un segundo carrito de masa parecida. Para que el choque sea elástico y se pueda medir aproximadamente el momento lineal, añadimos a cada carrito en su parte frontal una horquilla con una simple goma elástica, de manera que los carritos puedan chocar entrando sólo en contacto sus gomas (**Figura 5**).

Las masas de los carritos con dichas gomas son ahora:

$m_1 = 200{,}4 \pm 0{,}1g$ y $m_2 = 200{,}1 \pm 0{,}1g$

Se calcula la media de los valores y se suponen idénticos para simplificar el experimento.

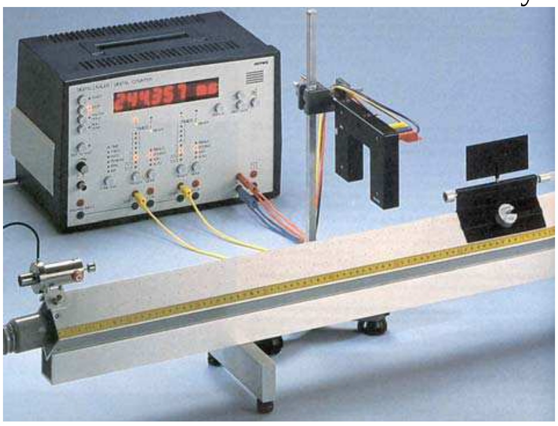


Figura 3 - Montaje experimental. Carril neumático.

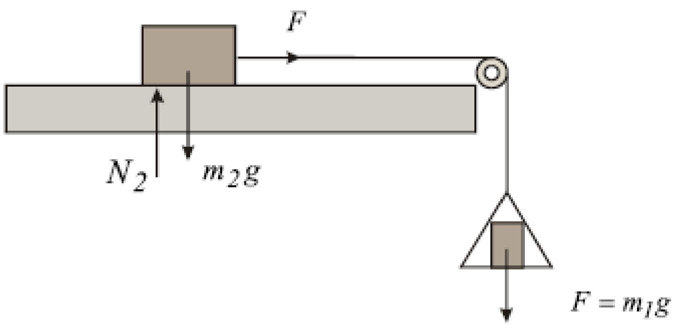


Figura 4 -. Sistema carrito-portapesas.

Figura 5- Montaje experimental para la comprobación de la conservación de la cantidad de movimiento mediante choques elásticos.
Nota: a ninguno de los carritos se les han colocado pesas.

Debido al propio montaje en nuestro experimento concreto, la influencia de los errores experimentales sistemáticos podría ser bastante elevada, ya que hay que estar continuamente pendiente de que el hilo que conecta el carrito con el portapesas no se salga de la polea. Además hay limitaciones en cuanto a los propios aparatos: ignoramos si el sistema de aire tiene una potencia estrictamente constante o si la polea gira sin rozamiento y no conlleva pérdidas de energía en su rotación. De hecho, como luego se describirá, la potencia del aire, en ocasiones, no era suficiente para que el carrito deslizase (cuando se cargaba con todas las pesas), y en otras era excesiva, pues el carrito se movía por el propio impulso del aire o por una posible e imperceptible inclinación del carril. Además se añade la habilidad del experimentador para determinar a ojo la correcta posición del carrito, lanzar los carritos adecuadamente para el choque, etc.

Existen limitaciones adicionales, cuyo efecto despreciamos, como las pequeñas oscilaciones al descender el portapesas, que podrían interferir en la aceleración, y la posiblemente imperfecta elasticidad de las gomas empleadas en los choques. También suponemos que el sistema carece de errores sistemáticos, aunque una fuente posible de errores sería por ejemplo la célula fotoeléctrica, al estar conectada con el imán. No hemos verificado con un método alternativo si el "desconectar" el imán coincide instantáneamente con el inicio del tiempo, y si los tiempos son adecuados. Esta incertidumbre se verá reflejada en que el error asignado a la célula fotoeléctrica no es el de sensibilidad, sino uno mayor debido a que inmediatamente se observa dispersión en los datos. Esta fluctuación es en parte lógica, al tratarse del estudio de fenómenos mecánicos y al haber una cantidad enorme de condiciones que pueden hacer variar una medida de otra, tales como corrientes de aire y otros efectos anteriormente descritos.

PROCEDIMIENTO

Para hallar la aceleración de la gravedad g, primer objetivo de nuestro experimento, decidimos seguir dos procedimientos distintos haciendo uso de la ecuación [24], que desarrollada para nuestro montaje y mediante la ecuación [17], queda de la siguiente forma:

$$F = ma \rightarrow m_1 g = (m_1 + m_2)a \rightarrow a = m_1 g/(m_1 + m_2) \Rightarrow S - S_0 = \frac{1 \cdot m_1 g}{2 \cdot m_1 + m_2} \cdot t^2 \qquad [25]$$

siendo m_1 la masa del portapesas junto con la pesa de 10,1 ± 0,1g y m_2 la masa del carrito. Se supone que la velocidad inicial es cero.

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

El primer procedimiento consiste en la medida de tiempos en recorrer determinadas distancias, con la idea de ajustar los valores a una recta por mínimos cuadrados, debiéndose ver claramente una dependencia lineal entre la distancia recorrida $s\text{-}s_0$ y el tiempo t^2 empleado.

Se estima el tiempo que tarda el carrito en recorrer una determinada distancia. El carrito se acelera por la acción del portapesas. Para obtener un valor ajustado y fiable se toman varias medidas variando la distancia recorrida para luego hacer un ajuste por mínimos cuadrados a una recta. Debido a que el portapesas no puede llegar a tocar el suelo, se determina la posición máxima ($S_{\max}$) en el que debe ponerse la célula fotoeléctrica y un valor mínimo ($S_{\min}$) de desplazamiento del carrito en el carril, que originalmente está situado en S_0. Las distancias son las siguientes:

S_0 = 22,0 ± 0,1 cm, $S_{\max}$ = 140,0 ± 0,2 cm y $S_{\min}$ = 50,0 ± 0,2 cm

Las distancias se escogen preferiblemente entre $S_{\min}$ y $S_{\max}$ a intervalos regulares crecientes de 10,0 cm. El error que asignamos en la distancia es de $\pm$0,2 cm en lugar de $\pm$0,1 cm (sensibilidad de la cinta métrica), debido al ajuste impreciso "a ojo" de la célula fotoeléctrica en dicha posición. A S_0 sí que le asignamos el error de sensibilidad, pues era la posición del carrito y no de una célula fotoeléctrica, con lo que la incertidumbre era menor.

Para ajustar los datos a una recta, deberemos calcular t^2 junto con su error:

$$\delta(t^2) = 2t\delta(t) \qquad [26]$$

y la distancia recorrida (se mide posición inicial y final) s-s_0, cuya incertidumbre es:

$$\delta(s - s_0) = \sqrt{\delta(s)^2 + \delta(s_0)^2} \qquad [27]$$

Al realizar varias medidas según la masa y comprobar la linealidad, a partir de la pendiente de la recta ajustada por mínimos cuadrados podemos hallar el valor de la gravedad g. Así pues, considerando la pendiente A de la ecuación obtenida y despejando g obtenemos:

$$g = \frac{2\cdot(m_1 + m_2)}{A\cdot m_1} \qquad [28]$$

Y su respectivo error vendrá dado por: (A es la pendiente de la recta)

$$\delta(g) = 2\sqrt{\left(\frac{m_2}{Am_1^2}\delta(m_1)\right)^2 + \left(\frac{1}{Am_1}\delta(m_2)\right)^2 + \left(-\frac{(m_1 + m_2)}{A^2 m_1}\delta(A)\right)^2} \qquad [29]$$

Además, podemos calcular la aceleración del sistema, con su error:

$$a = \frac{2}{A} \qquad \delta(a) = \frac{2}{A^2}\delta(A) \qquad [30]$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Haciendo uso del montaje experimental tratamos de comprobar la segunda ley de Newton, ($F = ma$), además de determinar el valor de la gravedad. En lugar de variar la distancia recorrida y medir el tiempo, se variará la masa que desliza sobre el carril y se calculará la aceleración, de forma que a partir de la dependencia lineal entre ambas variables (ecuación [25]) se podrá obtener g. El procedimiento es el siguiente:

Se deja que el carrito recorra el carril siempre una distancia constante, $d = S - S_0$. Cuanto mayor sea la masa que deslice sobre el carrito, menor será la aceleración del sistema. Por tanto, planificamos poner unas pesas a cada lado del carrito y poner la célula fotoeléctrica en una posición fija con el fin de medir aproximadamente la velocidad instantánea y con ello hallar la aceleración del carrito. A partir del estudio y comprobación de la variación de dicha aceleración en función de la masa se podrá comprobar la segunda ley de Newton y determinar g. En consecuencia, decidimos tomar varias medidas en función de la masa para comprobar si existe una dependencia lineal y obtener un valor de g ajustado por el método de mínimos cuadrados.

Escogemos siete parejas de pesas de 10g, y comprobamos con la báscula electrónica que todas pesan 20,0 ó 19,9g, con lo que suponemos que todas son iguales y su masa es: 20,0 ± 0,1g.

La posición de la célula fotoeléctrica es siempre la misma (130,0 ± 0,2 cm), mientras que la masa sobre el carrito escogimos aumentarla a intervalos regulares de 20,0 ± 0,1g (10,0g a cada lado).

Para determinar la aceleración, necesitaremos previamente calcular la velocidad. La velocidad instantánea aproximada se calcula mediante la ecuación:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad [31]$$

donde Δx es la longitud de la bandera y Δt es el tiempo que tarda la bandera en pasar por la fotocélula. Su respectivo error viene dado por:

$$\delta(v) = \sqrt{\left(-\frac{\Delta x}{\Delta t^2}\cdot\delta(\Delta t)\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta t}\cdot\delta(\Delta x)\right)^2} \qquad [32]$$

Obtenida la velocidad para cada Δt podemos hallar la aceleración del sistema, que vendrá dada por la ecuación de el movimiento rectilíneo acelerado.

Para las condiciones iniciales $t = 0 \rightarrow S_0$, $v_0 = 0$, tenemos que la aceleración vale:

$$a = \frac{v^2}{2d}, \qquad [33]$$

donde v representa la velocidad para cada intervalo de tiempo y d la distancia $S - S_0$. En la determinación de la distancia recorrida existe una incertidumbre considerable, ya que la determinación de la velocidad es aproximada (se toma el tiempo que tarda en recorrer 10 cm). Por tanto, la determinación de dicha distancia deberá ser arbitraria (puede ser lógico coger el valor hasta el centro de la bandera). Cabe señalar que esta distancia podría ser fuente de un error sistemático, pues se aplica para todos los cálculos y no se ha tenido en cuenta en el cálculo de errores.

Su respectivo error vendrá dado por la ecuación:

$$\delta(a) = \sqrt{\left(\frac{2v}{2d} \cdot \delta(v)\right)^2 + \left(-\frac{v^2}{2d^2} \cdot \delta(d)\right)^2} \qquad [34]$$

Haciendo uso de las ecuaciones anteriormente utilizadas para hallar el valor de la gravedad, tenemos lo siguiente:

$$a = m_1 g \frac{1}{m_1 + m_2} \qquad [35]$$

Al disponer del valor de la aceleración según la masa, podemos comprobar la dependencia lineal y, a partir de un ajuste por mínimos cuadrados, obtener g junto con su error:

$$g = \frac{A}{m_1} \qquad [36]$$

$$\delta(g) = \sqrt{\left(\frac{A}{m_1^{\,2}} \delta(m_1)\right)^2 + \left(\frac{1}{m_1} \delta(A)\right)^2} \qquad [37]$$

Finalmente se pude calcular la media ponderada entre los dos valores para obtener un valor final de g junto con su error y poder compararlo con el valor aceptado. La media ponderada es:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(\frac{1}{\delta x_i}\right)^2 \cdot x_i}{\sum \left(\frac{1}{\delta x_i}\right)^2} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum \left(\frac{1}{\delta x_i}\right)^2}} \qquad [38]$$

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Por último, con el fin de demostrar la validez del teorema de la conservación de la cantidad de movimiento ($p = p' = cte$), se emplean los dos carritos con las gomas descritas anteriormente, haciéndolos chocar elásticamente con el fin de determinar el momento lineal antes y después del choque. Las masas son conocidas, falta determinar sus velocidades.

Para ello, se hace chocar los dos carritos de frente de forma que la goma de ambos amortigüe el choque. A lo largo del carril se han colocado dos células fotoeléctricas fijas separadas a una determinada distancia, de tal forma que cada fotocélula cuente el tiempo que tardaba en pasar la bandera del carrito más próximo a ella, con el fin de medir aproximadamente la velocidad instantánea de cada carrito. Para ello cada carrito se ha colocado en cada uno de los extremos del carril neumático y se les ha dado un impulso manual, adquiriendo cada uno de los carritos una velocidad. (En este paso se ha intentado que la velocidad de ambos carritos no variase mucho una respecto de la otra). Una vez en movimiento, cada carrito pasaba dos veces por su fotocélula más próxima, una antes de chocar y otra después del choque, de esta forma se ha calculado la velocidad (mediante las ecuaciones similares a las del apartado anterior) antes y después del choque y con ello la cantidad de movimiento p (antes) y p' (después), para al final verificar la conservación de la cantidad de movimiento.

Debido al propio montaje experimental y a la dificultad de coordinación para apuntar los valores de los tiempo medidos en cada una de las dos fotocélulas, ya que en un tiempo muy limitado se debían memorizar dos valores de tiempo correspondientes a cada carrito, tanto el error experimental como el sistemático han jugado un relevante papel en este apartado del experimento. Esto pone de manifiesto que, en general, los datos obtenidos en este experimento van a ser bastante inexactos y, como se comprobará, incompatibles con los valores aceptados. No obstante, una función importante de este procedimiento es comprender cualitativamente qué es la conservación del momento lineal, qué es la aceleración y cómo se puede aproximar el valor de la gravedad a partir de un experimento relativamente sencillo.

Finalmente, los momentos antes del choque para cada carrito serán:

$p_1 = m_1 v_1$ y $p_2 = m_2 v_2$, donde $m_{1/2}$ designa la masa de cada carrito y $v_{1,2}$ la velocidad inicial de cada uno. Sus respectivos errores vendrán dados por:

$$\delta\left(p_{(1,2)}\right) = \sqrt{\left(v_{1,2}\,\delta(m_{1,2})\right)^2 + \left(m_{1,2}\,\delta(v_{1,2})\right)^2} \qquad [39]$$

Y la cantidad de movimiento después del choque para cada carrito:

$p_1' = m_1 v_1'$ y $p_2' = m_2 v_2'$ donde $p_{1,2}'$ representa la cantidad de movimiento de cada carrito después del choque y $v_{1,2}'$ representa la velocidad de cada carrito después del choque (la masa es constante).

Sus respectivos errores vendrán dados por una expresión similar a la de antes del choque.

Como la cantidad de movimiento se conserva, entonces la cantidad de movimiento antes y después del choque para cada carrito debe de ser la misma, por lo que: $p - p' = 0$

Esta expresión de Δp es la que se puede comprobar intuitivamente con sólo observar el resultado de los cálculos. Si el valor es cercano al cero, la cantidad de movimiento se conservará. En caso de que el choque no sea perfectamente elástico, los valores saldrán algo por encima del cero, al perderse una fracción de la energía.

La expresión del error será:

$$\delta(p - p') = \sqrt{\delta(p')^2 + \delta(p)^2} \qquad [40]$$

Es preciso señalar que en la estimación de los errores se ha despreciado el rozamiento, la resistencia del aire, la aproximación de la velocidad, y simplemente se han tomado los valores medios y el error de dispersión, con lo que podría haber un error sistemático no tenido en cuenta, de forma que no se verificaría la conservación de la cantidad de movimiento.

Por último, puede ser ilustrativo el calcular el valor del coeficiente de restitución, que nos confirmará cuantitativamente si el choque ha sido perfectamente elástico o no. Viene dado por la expresión (suponiendo que los objetos son idénticos en masa y material):

$$c_r = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \qquad [41]$$

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

Siguiendo el procedimiento detallado en el apartado anterior, se miden los tiempos que emplea el carrito en recorrer cada distancia. La dispersión es menor del 2% en todos los casos, por lo que las tres medidas del tiempo para cada distancia son suficientes. Se asigna el error de dispersión, pues es mayor que el de sensibilidad en todos los casos, dado que la célula es muy precisa pero los valores están algo dispersos debido a la incertidumbre del método experimental. Es lógico que los valores estén algo dispersos en un experimento de mecánica, en el que se dispone de una célula fotoeléctrica tan precisa.

Tabla 1 - Medidas del tiempo para el carrito del carril neumático según la distancia recorrida.

t (s)			t_m (s)		
1,167	1,232	1,243	1,214	±	0,019
1,425	1,411	1,431	1,422	±	0,005
1,573	1,572	1,559	1,568	±	0,004
1,688	1,711	1,686	1,695	±	0,006
1,831	1,833	1,847	1,837	±	0,004
1,964	2,017	2,023	2,001	±	0,015
2,234	2,247	2,284	2,255	±	0,013
2,462	2,499	2,468	2,476	±	0,009
2,562	2,572	2,584	2,573	±	0,006
2,774	2,739	2,711	2,741	±	0,016

Nota: La media está redondeada según el error de dispersión

Tabla 2 - Tiempo al cuadrado según la distancia recorrida

$s-s_0$ (cm) ± 0,2	t^2 (s^2)		
28,0	1,47	±	0,05
38,0	2,023	±	0,014
48,0	2,459	±	0,011
58,0	2,87	±	0,02
68,0	3,375	±	0,015
78,0	4,01	±	0,06
88,0	5,09	±	0,06
98,0	6,13	±	0,05
108,0	6,62	±	0,03
118,0	7,51	±	0,09

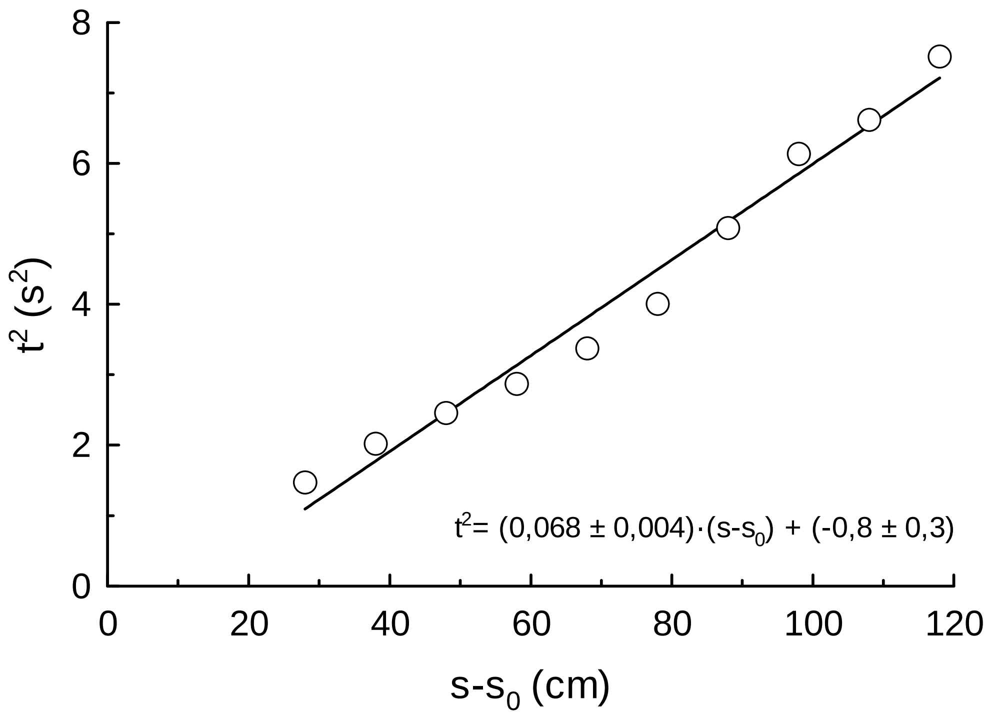


Figura 6 - Dependencia lineal entre la distancia recorrida y el tiempo al cuadrado en el carril neumático.
[Coeficiente de correlación lineal r=0,989]

En efecto, se comprueba la dependencia lineal entre ambas variables, como se esperaba según [25], aunque se puede observar que hay dos "saltos":

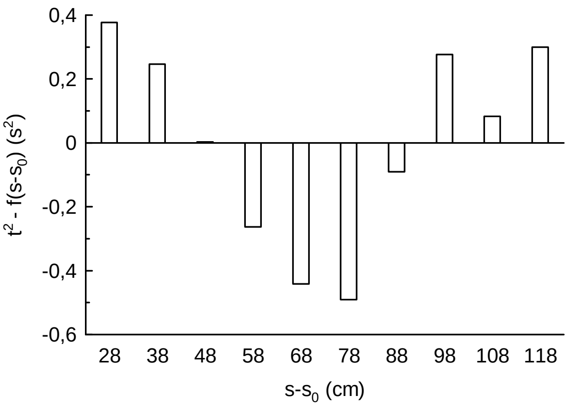


Figura 7 - **Residuos del ajuste a una recta.**

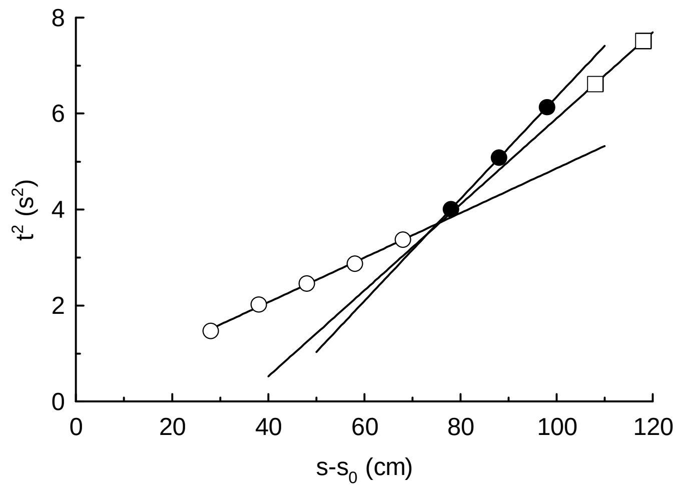


Figura 8 - **Agrupación en tendencias lineales.**

Las barras de error muy pequeñas; en la Figura 3 sí que se ve que se ajusta perfectamente, pero en conjunto no. La conclusión que se extrae es que no se deben variar las condiciones en ningún momento y que hay que realizar todas las medidas "de una tirada". Otra explicación a este desajuste de los datos podría ser que hayamos subestimado algún error, como el rozamiento, que sí que tiene influencia notable en las medidas tomadas.

Queda por tanto patente que el procedimiento empleado no ha sido el adecuado. Si por ejemplo sólo considerásemos los primeros cinco datos, obtendríamos **g = 820 ± 20 cm/s²**. Este resultado es más ajustado al valor aceptado que el obtenido haciendo el ajuste de todos los datos, como se comprobará en el siguiente apartado. Por tanto se pone de manifiesto que cualquier pequeña variación en las condiciones de la polea y del carril en general ha tenido como consecuencia una dispersión e incompatibilidad de las medidas, como se observa visualmente en la Figura 2 y en el coeficiente de correlación lineal.

VALOR DE LA GRAVEDAD

A partir de la pendiente de la recta ajustada por mínimos cuadrados podemos hallar el valor de la gravedad g. Mediante las ecuaciones [28] y [29], tenemos pues que:

g = 560 ± 30 cm/s²

Asimismo podemos hallar la aceleración con la que se movía el sistema, según [30]:

$a = 29{,}4 \pm 1{,}6$ cm/s²

Se puede observar que el valor obtenido para la gravedad no es compatible con el resultado esperado y aceptado. La causa de este error podría deberse a haber despreciado el rozamiento o a algún error sistemático no detectado, como el que la polea no siguiese exactamente una línea recta con la cuerda o que rozase más de lo debido, o bien que el plano no fuese perfectamente horizontal. Deberíamos haber repetido las medidas siguiendo el procedimiento adecuado para así también poder asegurarnos de no haber cometido algún error al tomar las medidas, aunque no había tiempo suficiente para ello.

En conclusión, para mejorar los resultados obtenidos deberíamos simplemente repetir experimento cuidando más el procedimiento experimental y evaluar de nuevo los errores para comprobar que el valor de la gravedad se ajuste más al aceptado y que justifique que podamos despreciar el rozamiento.

SEGUNDA LEY DE NEWTON

Los resultados obtenidos siguiendo el método descrito anteriormente para la comprobación de la segunda ley de Newton se presentan a continuación:

Tabla 3 - Tiempo de interceptación de la bandera en la célula fotoeléctrica según la masa sobre el carrito tras recorrer una misma distancia. Velocidad instantánea al paso por la bandera.

m (g)± 0,1	t (s)			t_m (s)	v (cm/s)
219,8	0,1200	0,1190	0,1190	0,119 ± 0,001	83,8 ± 1,2
239,8	0,132	0,130	0,130	0,131 ± 0,001	76,5 ± 1,0
259,8	0,143	0,142	0,144	0,143 ± 0,001	69,9 ± 0,9
279,8	0,166	0,165	0,168	0,166 ± 0,001	60,1 ± 0,7
299,8	0,199	0,201	0,210	0,203 ± 0,003	49,2 ± 0,8
319,8	0,2580	0,2520	0,2520	0,2540 ± 0,0015	39,4 ± 0,5
339,8	0,287	0,292	0,263	0,281 ± 0,007	35,6 ± 1,0

La dispersión ronda el 2% en general. Es mayor en la primera medida (al ser un tiempo pequeño es lógico) y en las últimas, en las cuales el carrito estaba muy cargado y para lo cual tuvimos que variar la potencia del aire para que pudiese deslizar en las condiciones de rozamiento despreciable. Procuramos subirla lo mínimo para compatibilizar los primeros valores con los últimos.

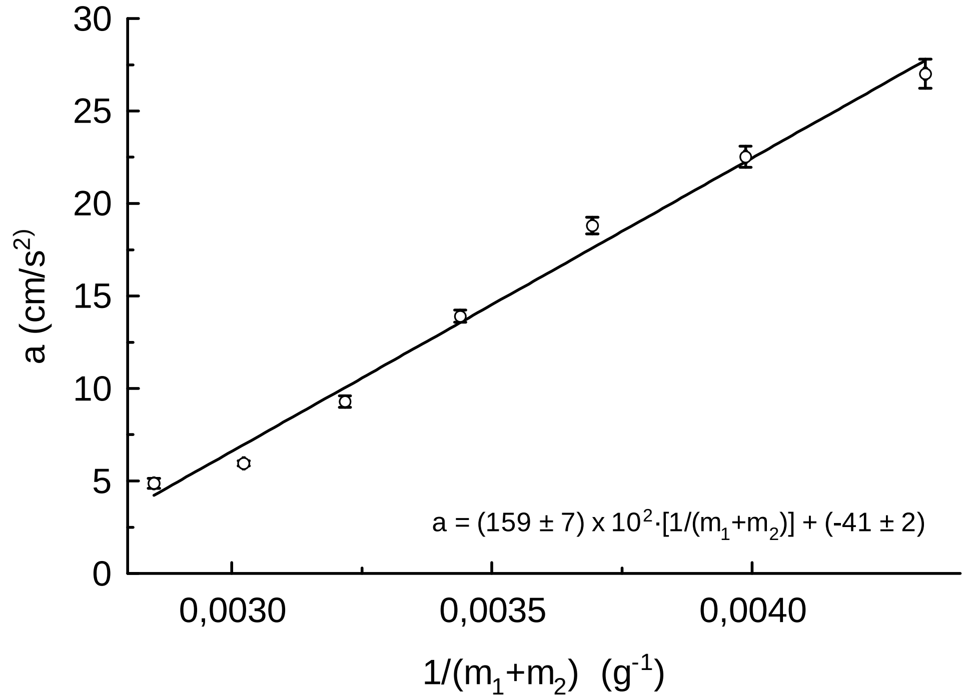
Las medidas menos dispersas son la segunda, tercera y cuarta, donde la dispersión sí es menor del 2% y el error de sensibilidad es mayor que el de dispersión.

Se observa que, aunque la variación de potencia no fue muy brusca, los resultados desvelan un cambio en las medidas, por lo que cualquier modificación en el sistema afecta en gran o pequeña medida en los resultados.

A continuación se muestra una tabla con los valores que se representarán en la gráfica:

Tabla 4 - Valores de la aceleración según la inversa de la suma de las masas del carrito, las pesas que carga y el portapesas más la pesa que lo arrastran.

$1/(m_1+m_2) \times 10^3$ (g^{-1})	a (cm/s^2)
4,333 ± 0,003	27,0 ± 0,8
3,987 ± 0,002	22,5 ± 0,6
3,6928 ± 0,0019	18,8 ± 0,5
3,4388 ± 0,0017	13,9 ± 0,3
3,2175 ± 0,0015	9,3 ± 0,3
3,0230 ± 0,0013	5,96 ± 0,14
2,8506 ± 0,0011	4,9 ± 0,3



<u>Figura 9</u> - Proporcionalidad entre la aceleración de un carrito y la inversa de la suma de la masa que carga y la que lo arrastra.
[Coeficiente de correlación lineal r=0,995]

Se comprueba la dependencia lineal claramente, aunque se observa que la ordenada en el origen ha salido excesivamente inferior a cero. Esto se debe sin duda a algún error en el procedimiento seguido. La solución es repetir el experimento de nuevo para corregir posibles errores y no variar las condiciones en ningún momento. Posteriormente debería comprobarse que la ordenada en el origen sea cercana al cero. En el caso de repetirse esta desviación exagerada, podría ser sospecha de algún error sistemático de los aparatos, del carril neumático empleado o del cálculo aproximado de la velocidad. Por tanto, queda patente que hay indicios de algún error sistemático no detectado, con lo que el valor que obtengamos para la gravedad será probablemente erróneo.

Como se observa en la ecuación de la recta de la gráfica, la pendiente es bastante grande, lo cual se debe en parte a que la inversa de la suma de las masas son valores bastante pequeños, como se observa en el eje de abscisas. Al ser tan grande la pendiente, cualquier error cometido tendrá una influencia importante en la ordenada en el origen, lo cual podría explicar (sólo en parte) que el valor salga tan lejano del cero.

En estas condiciones no podemos afirmar haber comprobado la segunda ley de Newton; tendríamos que realizar nuevas medidas para comprobar la hipótesis de que la desviación ha sido fruto de un error en el método. Es preciso señalar que el procedimiento seguido para la comprobación de la segunda ley de Newton no ha sido el acertado, sino más bien algo improvisado e inexperto. A medida que íbamos cargando el carrito con pesas comprobamos que la máquina de aire no expulsaba el suficiente aire para garantizar unas condiciones de rozamiento despreciables (al pesar más el carro cuesta más de arrastrar al ser la fuerza normal y por tanto la fuerza de rozamiento mayor). Tuvimos que subir la potencia a partir de la quinta medida inclusive, con lo que los valores que obtengamos para la gravedad pueden no ser acertados. Una vez vimos el desajuste de los datos, también comenzamos a dudar si habíamos cuidado que la velocidad inicial fuese exactamente 0 cm/s o lo pasamos por alto y liberamos el carrito con un pequeño impulso inicial, lo que explicaría el error sistemático.

Las conclusiones que extraemos de estos resultados es que se deberían repetir estas medidas para, con la experiencia adquirida, obtener otras medidas más fiables que se ajusten mejor a lo esperado. Para ello deberíamos fijar una potencia, con la cual estemos seguros de que la última medida con el carrito con carga máxima es suficiente para que deslice sin apenas rozamiento. Además debemos establecer un peso más grande en el portapesas para que sea capaz de arrastrar la máxima carga del carrito sin variar la potencia del aire y teniendo en cuenta que la velocidad inicial sea siempre cero. En nuestro experimento sólo utilizamos una pesa de diez gramos, con lo que fue insuficiente para arrastrar el carrito cargado, como pudimos comprobar. Estos errores cometidos son en parte lógicos o esperados al tratarse de un experimento de mecánica donde cada pequeña condición influye notablemente, el sistema no es ideal como suponemos y algunos efectos no son siempre despreciables, aunque sea difícil determinar si lo son o no. Estas condiciones ideales (lo máximo posible) que se buscan no son exactas ni teóricas, es decir, se deben "adquirir" y determinar con la experiencia y con el método de prueba y error hasta refinar el método experimental hasta unos niveles de fiabilidad aceptables.

VALOR DE LA GRAVEDAD

Mediante las ecuaciones [36] y [37] obtenemos el valor de g:

$g = 1440 \pm 60$ cm/s^2.

Este resultado no es compatible con el valor aceptado (981 cm/s^2). La causa de este error podría deberse por ejemplo a que no pusimos suficientes pesas en el portapesas y demasiadas en el carrito, con lo que la potencia del aire no era suficiente para evitar la fricción, como ya hemos comentado anteriormente. Por tanto, podemos haber despreciado el efecto del rozamiento cuando no era despreciable o haber cometido algún error sistemático no tenido en cuenta, como por ejemplo haber desviado algo la situación de la polea para que no chocase con la mesa al oscilar en la bajada, siendo por tanto la fuerza distinta a la calculada.

Al obtener un valor tan lejano al valor de la gravedad, reflexionamos dónde podría residir la causa de este error. Una hipótesis era que el cambio en las condiciones del carril, al subir la potencia de la máquina de aire, condicionó notablemente el valor final de la aceleración. Por tanto, volvimos a hacer los cálculos tomando sólo las últimas tres medidas (que realizamos a potencia constante). Los valores obtenidos para la pendiente y la ordenada en el origen eran algo más ajustados, aunque el coeficiente de correlación lineal era más bajo (en parte lógico al tratarse sólo de tres datos). Calculando la gravedad para esas tres medidas aisladamente obtuvimos el siguiente resultado:

$g = 1100 \pm 300$ cm/s^2

Este valor es plenamente compatible con el valor aceptado de la gravedad, (aunque el error relativo sea bastante alto). Esto sustenta la hipótesis de que el error tan grande obtenido anteriormente podría deberse a la variación en las condiciones de la potencia del aire.

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

A continuación se presenta la tabla de de los valores obtenidos antes y después del choque (ecuaciones [39] y [40]:

<u>Tabla 5</u> -Tiempos medidos al pasar la bandera de cada carrito C por la célula fotoeléctrica. Valores de la cantidad de movimiento p antes y después del choque de los dos carritos.

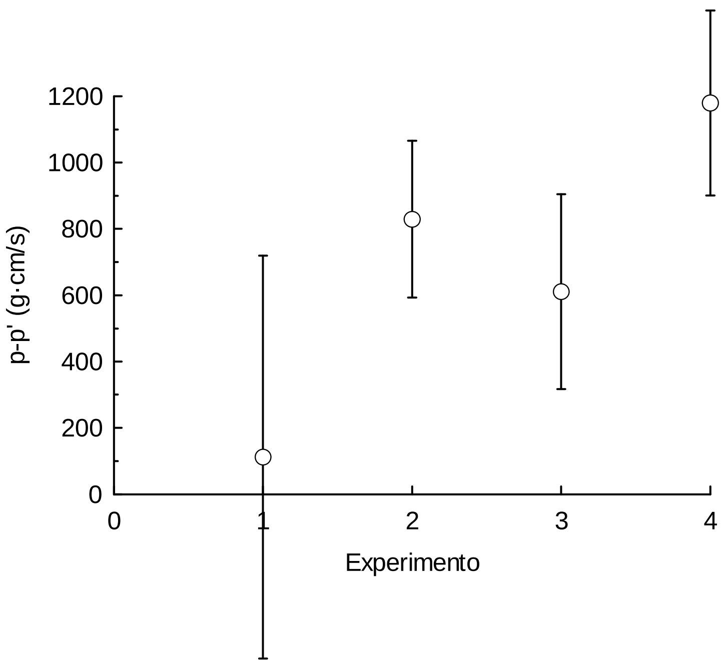
Experimento		**I**		**II**		**III**		**IV**	
		C_1	**C_2**	**C_1**	**C_2**	**C_1**	**C_2**	**C_1**	**C_2**
Antes del choque	**$\Delta t \pm 0{,}005$s**	0,212	0,151	0,270	0,477	0,243	0,376	0,276	0,550
	p (g cm/s)	-3800 ± 600		3200 ± 200		2900 ± 200		3600 ± 200	
Después del choque	**$\Delta t \pm 0{,}005$s**	0,192	0,308	0,416	0,278	0,349	0,249	0,329	0,235
	p' (g·cm/s)	-3900 ± 300		2400 ± 200		2300 ± 200		2400 ± 200	
Coeficiente de restitución c_r*		1,03 ± 0,16		0,74 ± 0,06		0,79 ± 0,09		0,67 ± 0,07	
p-p' (g·cm/s)		100 ± 600		800 ± 200		600 ± 300		1200 ± 300	

<u>Nota:</u> El coeficiente de restitución indica la elasticidad del choque. Un choque perfectamente elástico equivale al valor uno, mientras que el totalmente inelástico corresponde al cero. Ecuación [41].

Como se puede observar en la tabla, la cantidad de movimiento antes y después del choque no es la misma. Esto se debe en parte a que en el sistema experimental no se ha tenido en cuenta todas las posibles variables para que el experimento fuese de condiciones “ideales”, como por ejemplo una imperfecta horizontalidad, la resistencia del aire, una posible inelasticidad de las gomas que supondría pérdida de energía, etc. Además se añade la propia dificultad del experimento, sobre todo en la sincronización entre los miembros del grupo y la falta de tiempo para tomar más medidas al ser un experimento tan largo.

Se observa que el resultado más preciso se ha obtenido en el segundo caso. No obstante, en el primer caso, aunque el error relativo es enorme, el resultado se ajusta más con lo que cabría esperar, es decir, es compatible con la conservación de la cantidad de movimiento. Esto se confirma a partir del resultado del coeficiente de restitución.

A continuación se presenta la grafica que ilustra los resultados de la tabla 5, donde se puede ver que en el primer caso la cantidad de movimiento sí se conserva, debido a que las barras de error comprenden el valor esperado, el cero.



<u>Figura 10</u> - Conservación de la cantidad de movimiento en el choque elástico de dos carritos. Representación de la resta del impulso antes y después del choque.

Así pues, se puede decir que es posible que el choque no sea perfectamente elástico, con lo que se pierde parte de la energía (por eso los valores salen sistemáticamente positivos). Si fuese un choque elástico perfecto, los valores deberían salir aleatoriamente positivos y negativos, y sus barras de error comprender el cero. En nuestro caso, sólo el primer valor comprende el cero, el segundo está demasiado alejado y el tercero está a 2 barras de error del cero. (Sólo se pueden aceptar el primer y tercer experimento como compatibles con lo esperado).

(Otro posible error podría ser el haber considerado los dos carritos idénticos, de masas iguales y no haberlos distinguido cuando diferían tres décimas de gramo.)

Cuantitativamente se puede valorar la elasticidad del choque mediante el coeficiente de restitución, como se detalla en la **<u>Tabla 5</u>**: los valores están ligeramente alejados del uno, excepto en el primer caso. Por tanto, se puede concluir que el choque no ha sido perfectamente elástico; los valores son sistemáticamente positivos, pero la energía perdida ha sido mínima, pues su distancia hasta el cero es relativamente pequeña.

CONCLUSIÓN

A continuación se presenta la tabla con todos los valores de g obtenidos y sus respectivos errores, así como el valor de la gravedad obtenido de la media ponderada con el fin de hacer una comparación global de éstos con el valor de la gravedad aceptado.

Tabla 6 -Valor de la aceleración de la gravedad obtenidos. Error relativo respecto al valor aceptado.

Valores de g (cm/s^2)	Error relativo
560 ± 30	47%
1440 ± 60	43%
Media ponderada de g (cm/s^2)	
740 ± 30	25%

Nota: se toma como valor aceptado de g = 981 cm/s^2, con error despreciable (Tipler 2005)

Se puede observar que los valores obtenidos son manifiestamente incompatibles, tanto los dos particulares como la media. En la media ponderada se observa que se obtiene un valor más cercano a la primera medida, al ser ésta más precisa, con lo que no obtenemos un valor medio sin ponderar, que estaría más cerca de g. Los valores obtenidos para la gravedad, uno por encima y otro por debajo del aceptado, no nos permiten concluir nada ni asegurar cuál es el valor de la gravedad. Ambos valores son incompatibles entre sí y deberíamos hacer más experimentos y medidas con un procedimiento experimental mejorado (o considerar unas incertidumbres mayores) para comprobar que la media de muchas medidas de g se acerca al valor esperado.

La imprecisión y la desviación respecto a lo esperado ha sido una constante en el experimento al realizar los cálculos. No hemos podido controlar los errores sistemáticos del método, como un posible rozamiento o la imperfecta horizontalidad del carril, con lo que no logramos el objetivo de obtener un valor de g compatible con el valor aceptado.

Por otra parte, en el aspecto cualitativo del experimento, se ha podido comprobar que siempre existe algo de rozamiento, aunque se intente evitarlo al máximo; se ha visualizado qué es un movimiento acelerado, la dependencia lineal según las masas sobre el carrito; se ha comprobado aproximadamente la conservación del momento lineal, así como la segunda ley de Newton.

La hipótesis de que las variaciones de la potencia del aire han influido notablemente en los resultados finales se ve en parte confirmada por los cálculos de la gravedad tomando sólo parte de las medidas. Este método es en algún sentido poco ortodoxo, pues estamos seleccionando de alguna manera los datos medidos buscando un determinado valor, cuando lo que se pretende es obtener un valor a partir de todas las medidas debidamente ajustadas. No obstante, este cálculo alternativo, pese a no ser de ninguna manera concluyente, nos orienta en un sentido e indica una probable fuente de error sistemático. Seguidamente se presentan los valores obtenidos tomando sólo la parte de las medidas antes comentada:

Tabla 7 -Valor de la aceleración de la gravedad obtenidos para una parte de las medidas.

Valores de g (cm/s^2)	Error relativo
820 ± 20	12%
1100 ± 300	16%
Media sin ponderar de g (cm/s^2)	
960 ± 160	2%

Nota: Estos resultados no son concluyentes, al haberse seleccionado determinados valores. Indican una posible fuente de error, que debe ser comprobada repitiendo el experimento mejorando el procedimiento.

En resumen, en este experimento no se han obtenido los resultados esperados ni se ha podido comprobar con seguridad el valor de la gravedad, aunque sí se han comprobado a través de las dependencias lineales las leyes de Newton, tanto la segunda como la conservación de la cantidad de movimiento mediante los choques prácticamente elásticos de los carritos. No obstante, el resultado más importante que obtenemos de este experimento es el haber contemplado cómo la variación de las condiciones de un experimento puede provocar una fluctuación de los datos que lleve a obtener valores erróneos e incompatibles con los esperados.

Por tanto, con la experiencia y la práctica adquirida, sería necesario repetir de nuevo el experimento, refinando esta vez el procedimiento experimental para no cometer errores y reducir al máximo la desviación respecto del valor aceptado. Dicha desviación siempre existirá, pues el montaje experimental dista siempre del sistema ideal que suponemos, despreciando el rozamiento, pero puede acercarse bastante al valor aceptado.

Cabe destacar las limitaciones de este método experimental, existiendo procedimientos alternativos al carril neumático mediante los cuales se puede determinar con más precisión y fiabilidad el valor de la gravedad. No obstante, el experimento permite contemplar cualitativamente los fenómenos físicos de la gravedad y de la conservación de la cantidad de movimiento en condiciones de rozamiento mínimo. A partir de los cálculos realizados teniendo sólo en cuenta una parte de las medidas que consideramos más fiables, se puede intuir que podemos acercarnos más al valor aceptado y reducir el error repitiendo la toma de medidas adecuadamente, sin perder por ello de vista que es inevitable la dispersión de datos e incertidumbre en un experimento relacionado con la Mecánica.

Fuentes consultadas:

- *Ángel-Peña, J. A. García, Ed. Mac-Graw Hill 1ª Edición.*
- *Lozano, 2006. Apuntes de Física General I.*
- *Tena, Ballester (2002). Guión de prácticas, Técnicas experimentales en Física General.*
- *Tipler-Mosca, Ed. Reverté, 5ª Ed., 200.*

- *http://www.inaoep.mx/~rincon/newton.html*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Revoluci%C3%B3n_cient%C3%ADfica*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Gravedad*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Leyes_de_Newton*
- *http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_campos*