

MOVIMIENTO ONDULATORIO:  
ESTUDIO DE  
ONDAS ACÚSTICAS  
EN EL TUBO DE KUNDT  
Y DETERMINACIÓN DE LA  
VELOCIDAD DEL SONIDO

*(Práctica nº 6: El tubo de Kundt)*

**FERNANDO HUESO GONZÁLEZ**

***Pareja 7 - Grupo B-L1***

**2º DE FÍSICA - UVEG**

**Laboratorio de Mecánica y Ondas**

***Práctica realizada el 15-XII-08***

***Informe entregado el 12-I-09***

## OBJETIVO

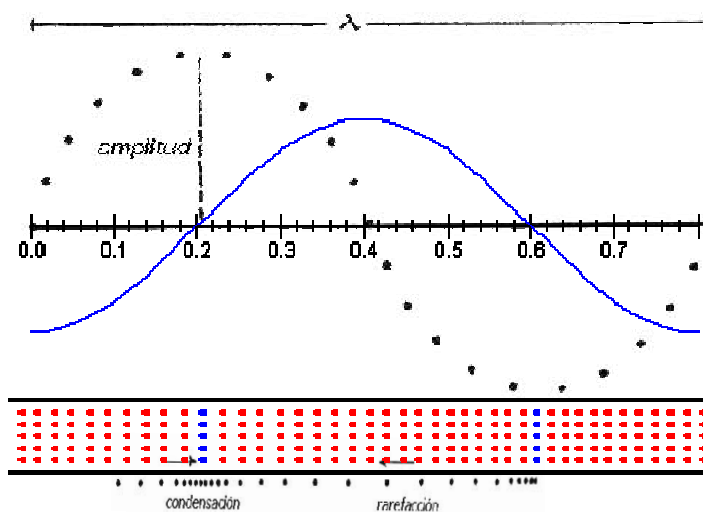
En este experimento se estudia el movimiento ondulatorio de ondas de presión (acústicas) en el interior del tubo de Kundt mediante un altavoz conectado a un generador de funciones y un micrófono receptor que registra la señal en un osciloscopio. Los objetivos principales del experimento son:

- el estudio de ondas longitudinales (acústicas) estacionarias;
- el estudio de la dependencia de la longitud del tubo con la frecuencia en la onda estacionaria;
- análisis del perfil de amplitudes alrededor de una frecuencia de resonancia;
- comparación de las ondas estacionarias en el tubo cerrado y abierto por un extremo;
- la determinación de la velocidad del sonido en el aire y comparación con el valor esperado.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El objeto de estudio en este experimento es el movimiento ondulatorio en el interior del tubo de Kundt, la formación de ondas estacionarias acústicas dependiendo de la frecuencia y la longitud del tubo y de si es abierto o cerrado. Para ello se pueden calcular los parámetros característicos de la onda, como son la longitud de onda y su velocidad de propagación (velocidad del sonido). Aparte, es posible estudiar la variación de la amplitud alrededor de la frecuencia de resonancia.

El tubo de Kundt es un cilindro largo y estrecho en el que se pueden generar sonidos si se hace vibrar la columna de aire de su interior. Una perturbación inicial hace propagarse una onda longitudinal que desplaza a las moléculas alrededor de su posición de equilibrio. Esto origina una variación de la presión a lo largo del tubo. Hay zonas donde hay una sobrepresión (compresión) y otras en las que hay baja presión (enrarecimiento). Al llegar a un extremo del tubo, sea abierto o cerrado, la onda se reflejará, interferirá con la incidente y formará ondas estacionarias para determinadas frecuencias propias. Podemos describir la onda acústica o bien como el desplazamiento de las moléculas respecto a su equilibrio o con la presión en cada punto del tubo. Cuando se forma la onda estacionaria, en las posiciones en las que el desplazamiento de una molécula (amplitud) es máximo, las moléculas a su alrededor vibran en fase, con lo que la presión es mínima. Si la molécula está en su posición de equilibrio, las moléculas a su alrededor vibran en oposición de fase, con lo que la presión es máxima. Por tanto, máximos de presión corresponden a mínimos de desplazamiento y viceversa; las dos ondas están desfasadas en  $\pi/2$ . Cabe indicar que se aproxima la columna de aire como unidimensional, sin tener en cuenta efectos de volumen y contorno lateral.

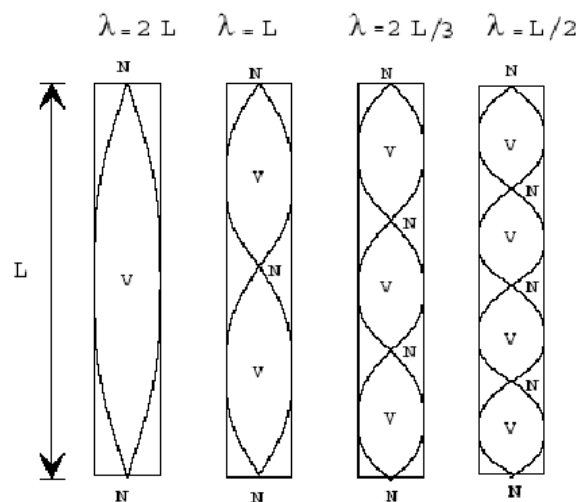


**Figura 1** - Onda de presión (negra) y de desplazamiento de las moléculas respecto al equilibrio (azul).

*Nota: Ambas están desfasadas en  $\pi/2$ .*

En el caso de que la onda llegue a un extremo cerrado del tubo, en ese punto el desplazamiento de las partículas ha de ser siempre nulo, y se producirá una reflexión de la onda con inversión de fase que interferirá con la onda incidente. En el caso de que se forme una onda estacionaria, tendremos un nodo para la onda de desplazamiento y un vientre para la onda de presión. Si el extremo del tubo es abierto, la reflexión es más compleja, pero si se emplea un tubo estrecho en comparación con la longitud de onda  $\lambda$  (dos veces la distancia entre nodos contiguos), en el extremo abierto habrá un vientre en la onda de desplazamiento.

En el caso de un tubo con los dos extremos cerrados, hay un nodo en ambos extremos, con lo que el modo fundamental será un solo vientre en el centro del tubo. Por tanto, la longitud del tubo corresponderá a una semilongitud de onda. El modo armónico siguiente tendrá tres nodos y dos vientres, con lo que la longitud del tubo corresponderá a tres semilongitudes de onda, y así sucesivamente. Se puede relacionar, por tanto, la longitud de onda con el número de nodos (incluidos los extremos):

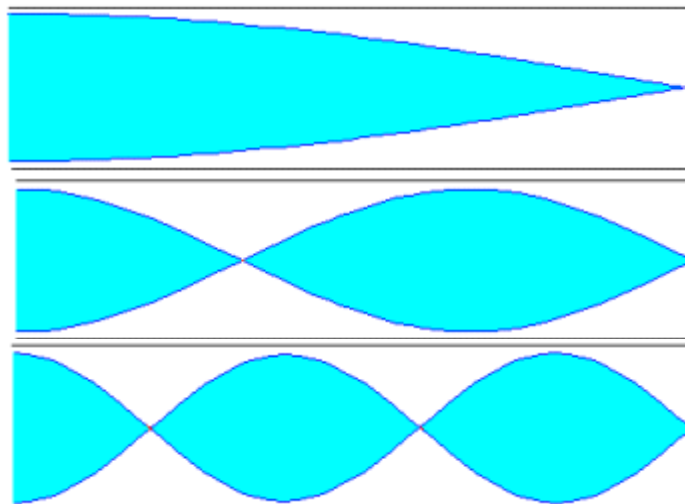


**Figura 2** - Ondas estacionarias en el tubo cerrado por ambos extremos. Cuatro primeros armónicos.

$$L = (n-1)\frac{\lambda}{2}, \quad n = 2, 3, \dots \quad [1]$$

En un tubo abierto por los dos extremos, la condición es similar pero cambiando número de nodos por vientres.

Si tenemos un tubo cerrado por un extremo, la onda estacionaria más simple consta de un nodo en el extremo cerrado y un vientre en el abierto. Este caso sería el armónico fundamental, y la longitud del tubo correspondería a un cuarto de longitud de onda. El siguiente armónico tendría dos nodos y un vientre, es decir, tres cuartas partes de longitud de onda.



**Figura 3** - Ondas estacionarias en el tubo abierto por un extremo.

En general, si en el interior hay  $n$  nodos:

$$L = \frac{(2n-1)}{4} \lambda, \quad n = 1, 2, \dots \quad [2]$$

En todos los casos, la longitud de onda depende de la velocidad de propagación de la onda y la frecuencia  $\nu$ , con lo que conociendo la longitud del tubo y la frecuencia es posible calcular la velocidad de propagación  $v$ .

$$v = \frac{\nu}{\lambda} \quad [3]$$

Un sistema resonante donde la amortiguación no se desprecia está caracterizado por la dependencia de la amplitud con la frecuencia, que representada gráficamente presenta un aspecto de curva lorenciana. Esta curva está descrita por una ecuación que se obtiene al resolver la ecuación diferencial de segundo orden inhomogénea correspondiente a un movimiento oscilatorio amortiguado forzado:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = B \sin \omega t \quad [4]$$

El coeficiente  $\beta$  es el factor de amortiguamiento (fuerza viscosa) que determina la velocidad a la que decae la amplitud si no hay aporte de energía,  $y$  es la amplitud de la oscilación,  $\omega_0$  es la frecuencia propia a la que vibraría sin amortiguamiento ni fuerza forzadora, y el término inhomogéneo corresponde a la fuerza externa armónica.

La solución estacionaria (particular) de la EDO, donde tanto  $A$  y  $\delta$  están determinados por las características del sistema, es:

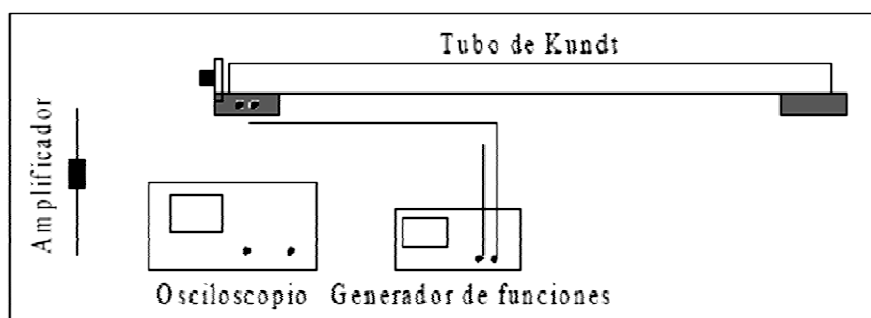
$$y_p = A \sin(\omega t + \delta) \quad [5]$$

$$A(\omega) = \frac{B}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}} \quad [6]$$

Esta función muestra un pico de resonancia, donde la amplitud es máxima. La anchura de la curva la determina el factor de amortiguamiento: cuanto menor es éste más pronunciado es el pico de resonancia y viceversa. La anchura de la curva se toma como el intervalo entre los valores en el eje de abscisas cuya ordenada es la amplitud máxima (en resonancia) entre raíz de dos. Esta anchura coincide aproximadamente con el factor de amortiguamiento. Además se puede obtener el valor del factor de calidad aproximadamente como la anchura de la curva entre la frecuencia propia.

## DISEÑO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Para estudiar las ondas acústicas preparamos un montaje experimental con un tubo de Kundt, que consta de un cilindro de plexiglás largo y estrecho con un émbolo que puede extraerse completamente. En su interior se introduce un micrófono adosado a una varilla que se puede mover a lo largo del tubo. En el interior del tubo hay también una cinta métrica para marcar longitudes con una sensibilidad de 1mm. Aparte, el tubo está cerrado por un extremo, en el que se coloca un altavoz conectado a un generador de funciones que permite que el altavoz emita ondas sonoras sinusoidales de frecuencia variable. A su vez, el micrófono envía la señal eléctrica que detecta a un osciloscopio. En el interior del tubo hay aire a temperatura y presión atmosférica conocidas.



**Figura 4 - Esquema del montaje experimental.**

El método de medida es sencillo, se deben buscar ondas estacionarias variando la frecuencia del altavoz o la longitud del tubo para poder verificar las leyes teóricas desarrolladas previamente y obtener los parámetros que describen la onda acústica. El osciloscopio se conecta de manera que el eje y muestre la intensidad del sonido y el eje x la escala de tiempos (de manera que permanezca estacionario). Para saber cuándo se ha alcanzado la condición de máxima resonancia, se coloca el micrófono en el extremo más alejado del altavoz, y se varía la frecuencia hasta observar que la señal que registra el osciloscopio (proviniente del micrófono) presenta un máximo o un mínimo de presión, según si el extremo es cerrado o abierto respectivamente.

Un método más preciso y refinado es, una vez nos hemos acercado a la frecuencia de resonancia con el primer método, cambiar al modo x-y del osciloscopio. En este modo, el eje x pasa a ser la señal del generador de funciones, con lo que al superponerse dos funciones del tiempo de amplitudes distintas y argumentos desfasados, se observa una elipse en el panel del osciloscopio. La condición de resonancia establece que el desfase debe ser  $\pi/2$ , con lo que hay que variar la frecuencia hasta que los semiejes de la elipse coincidan con los ejes de la pantalla del osciloscopio.

En la primera parte del experimento se escoge una longitud fija y se buscan varias frecuencias resonantes según el método descrito, anotando el número de máximos de presión (nodos el desplazamiento) que se observan a lo largo del tubo. Según la ecuación [1], a cada armónico le corresponde una longitud de onda. Para facilitar la medida, si en lugar de contar vientres de presión contamos n nodos de presión (por n-1 nodos hay n vientres), la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad [7]$$

$$\delta(\lambda) = \frac{2\delta(L)}{n} \quad [8]$$

Representando la frecuencia frente a su inversa, según la ecuación [3], se puede hacer un ajuste por mínimos cuadrados y obtener la velocidad de propagación de la onda acústica: la velocidad del sonido.

$$v = v_s \frac{1}{\lambda} \rightarrow y = Ax + B \rightarrow A = v_s \quad [9]$$

$$\delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda^2} \delta(\lambda) \quad [10]$$

De manera análoga, si se escoge una frecuencia fija, se puede representar la longitud a la que se encuentra la onda estacionaria frente al número de nodos de presión que se cuentan:

$$L = \frac{\lambda}{2} n \rightarrow y = Ax + B \rightarrow A = \frac{\lambda}{2} \quad [11]$$

$$v_s = \lambda v = 2Av \rightarrow \delta_r(v_s)^2 = \delta_r(A)^2 + \delta_r(v)^2 \quad [12]$$

En el caso del tubo abierto por un extremo, conocida su longitud, podemos hacer un ajuste análogo al del primer caso, según las ecuaciones [2] y [3], donde n es el número de vientres de presión:

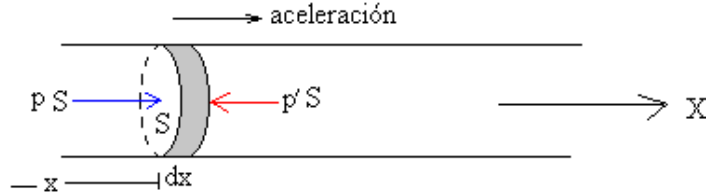
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{(2n-1)}{4L} \rightarrow v = \frac{v_s}{\lambda} \rightarrow y = Ax + B \rightarrow A = v_s \quad [13]$$

$$\delta_r\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \delta_r(L) \quad [14]$$

El error en las medidas directas de la longitud, la frecuencia y la amplitud lo estimamos midiendo varias veces un mismo valor y asignando el intervalo comprendido por las medidas como el error de todas las medidas sucesivas. Esto se debe a que no hay sólo un error debido a la sensibilidad del aparato, sino al ajuste que hay que hacer en la medida para hallar la condición de resonancia. La resonancia se observa en el osciloscopio y es difícil distinguir cuando está en su grado máximo, por lo que el error que asignamos es siempre mayor que el de sensibilidad.

Para poder comparar los tres valores de la velocidad del sonido con un valor de referencia, hay que tener en cuenta las condiciones atmosféricas, presión o temperatura, así como las características del gas (el aire) en el que se propaga la onda: el coeficiente adiabático y su masa molar o densidad. La temperatura se medirá en el laboratorio, mientras que se la presión se considerará la atmosférica.

Si consideramos un elemento diferencial de volumen de aire en el interior del cilindro sobre el que actúa una presión que provoca una aceleración:



$$dF = S(p - p') = -S \cdot dp \quad [15]$$

Por la segunda ley de Newton (donde  $\Psi$  es el desplazamiento de las moléculas):

$$dF = m \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \rho S dx \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad [16]$$

Si tenemos en cuenta que la propagación del sonido está basada en la transmisión de un impulso entre las moléculas de forma adiabática a altas frecuencias, se debe cumplir la ecuación politrópica que relaciona el volumen que ocupan las moléculas y la presión de equilibrio con las mismas variables tomando valores distintos.  $\gamma$  representa el coeficiente adiabático del gas.

$$p_0 V_0^\gamma = p V^\gamma \rightarrow p = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rho^\gamma \rightarrow \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho=p_0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rho_0^{\gamma-1} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \quad [17]$$

La diferencia de presión se aproxima por:

$$p_0 - p = \rho_0 \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \rightarrow -dp = \rho_0 \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) dx \quad [18]$$

Uniendo esta ecuación con la [15] y [16], se obtiene que:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad [19]$$

Esta es la ecuación de ondas y el coeficiente en el término a la derecha representa la velocidad de propagación al cuadrado, y si consideramos el aire como un gas ideal:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma n R T p_0}{p_0 \rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} \quad [20]$$

R es la constante universal de los gases, T la temperatura absoluta y M la masa molar. En el caso del aire, los valores tabulados son (EJU)  $\gamma=1,4$  y  $M = 0,02895$  kg/mol. Aparte, la velocidad es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura. Cuanto mayor es la temperatura, más agitación térmica hay, mayor es la velocidad media de las moléculas y sus choques son por tanto más rápidos, con lo que la transmisión del impulso y la velocidad de propagación del a onda es mayor. Por otro lado, si en lugar de aire tuviésemos helio, de menor masa molar, la velocidad también aumentaría. Según la ecuación [3], el armónico fundamental sería más agudo al crecer la velocidad y permanecer la longitud de onda (por ejemplo para el armónico fundamental en el interior de un tubo) inalterada.

# ADQUISICIÓN DE DATOS

## *Tubo cerrado*

### Longitud fija

Tras realizar el montaje experimental y con el fin de determinar en última instancia la velocidad del sonido, se toman medidas de frecuencias a las que se forma una onda estacionaria en el tubo de Kundt. Previamente, se comprueba que el osciloscopio esté correctamente calibrado comparando la frecuencia que marca el generador de funciones y el período de una onda leída en la escala de tiempos del osciloscopio.

**Tabla 1 – Comprobación del calibrado adecuado del osciloscopio para dos frecuencias.**

$T \pm 0,01$ ms	$v$ (Hz) $\pm 1$	$1/T$ (Hz)
1,55	642	$645 \pm 4$
2,47	408	$405 \pm 2$

Se observa, por tanto, que los valores son compatibles y que no hay un error sistemático de calibración, sino que predomina el necesario error subjetivo de apreciación del experimentador en la escala de tiempos en el osciloscopio.

Para estimar el error del método experimental al determinar la frecuencia al buscar la onda estacionaria, se elige una frecuencia cualquiera a la que aparezca onda estacionaria, para lo cual se observa el desfase (la elipse) en el modo x-y del osciloscopio. Se busca tres veces esta frecuencia y por parte de los dos experimentadores, y se encuentra la misma en un intervalo de 1Hz (entre 688Hz y 689 Hz), con una dispersión menor al 2%. Unido al error de sensibilidad (1Hz), estimamos el error en la búsqueda de frecuencia en 2Hz. Cabe señalar que consideramos el mismo error en todas las medidas, con lo que a mayor frecuencia menor relativo. Pero aparte, a frecuencias bajas, es más difícil observar en el osciloscopio la condición de resonancia, mientras que a frecuencias altas es más fácil, porque una pequeña variación de la frecuencia provoca un cambio mucho más grande en el desfase. Pese a ello, consideramos el mismo error en todas las medidas para simplificar el método experimental.

Aparte, para poder comparar los valores que se obtengan de la velocidad del sonido con los teóricos según las circunstancias atmosféricas, medimos la temperatura del laboratorio:

$$t = 18 \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Se toman las siguientes medidas de la frecuencia (en la escala de kHz) tras fijar la longitud del tubo de Kundt en  $L_{fc} = 60,0 \pm 0,3$  cm (error mayor que el de sensibilidad debido a la falta de ajuste de la cinta en los bordes). Las escalas de los ejes del osciloscopio se ajustan en cada medida según conviene.

**Tabla 2 – Frecuencias a las que se observa (en el osciloscopio) una onda estacionaria de presión con  $n+1$  vientres en el tubo de Kundt cerrado por ambos extremos.**

$n$	$v \pm 2$ Hz
1	352
2	689
3	983
4	1221
5	1460
6	1763
7	2025
8	2313
9	2583
10	2875

*Nota:  $n$  es el número de vientres en la onda de desplazamiento de moléculas, que corresponde a  $n+1$  nodos al estar en un tubo cerrado y, por tanto,  $n+1$  vientres en la onda sonora.*

## Frecuencia fija

Posteriormente, se realiza el experimento complementario dejando fija la frecuencia y variando la longitud del tubo de mayor a menor. Se escoge una frecuencia para la que se observan 10 máximos de presión, que corresponden a 9 vientres en la onda de desplazamiento de las moléculas.

Se busca dicha frecuencia 3 veces para la longitud mayor del tubo  $L_t = 100,0 \pm 0,3$  cm y se obtiene como valor medio:

$$v_f = 1962 \pm 1 \text{ Hz}$$

Cada longitud se busca varias veces, se escoge su valor medio y se estima el error teniendo en cuenta la variación entre distintas medidas de una misma longitud (unos 0,2 cm) y el error mencionado antes de los bordes del tubo (0,3 cm). Se asigna finalmente un error de 0,5cm a todas las medidas.

**Tabla 3** – Longitudes a las que se observa (en el osciloscopio) una onda estacionaria de presión con  $n+1$  vientres en el tubo de Kundt cerrado por ambos extremos a frecuencia  $v_f$ .

<b>n</b>	<b>L <math>\pm</math> 0,5 cm</b>
1	10,1
2	18,6
3	27,4
4	36,1
5	44,8
6	53,6
7	62,2
8	71,0
9	80,0

## Perfil de resonancia

Para estudiar la variación de la intensidad de la onda sonora al variar la frecuencia alrededor de la resonancia, se toman los siguientes valores alrededor de una onda estacionaria con el émbolo situado a  $60 \pm 0,3$  cm y la frecuencia a  $2022 \pm 1$ Hz. Se mide la señal (la amplitud de la onda sinusoidal) del voltaje en el osciloscopio en la escala de milivoltios, y se asigna el error de sensibilidad.

**Tabla 4** – Amplitud de la señal recibida por el micrófono para frecuencias alrededor de la frecuencia de resonancia.

<b>v <math>\pm</math> 1 Hz</b>	<b>A <math>\pm</math> 0,5 mV</b>
1919	5,5
1943	7,0
1960	8,0
1981	10,0
2000	13,5
2020	23,0
2022	25,0
2040	16,5
2060	8,0
2082	6,5
2103	6,0
2122	5,5

Se observa que vamos a obtener una curva con un pico alrededor de 2022Hz, pues los valores van decreciendo continuamente para valores menores o mayores que éste.



## ***Tubo abierto por un extremo***

En esta parte del experimento, extraemos el émbolo completamente del tubo y de forma análoga al primer apartado, buscamos las frecuencias a las que se observan ondas estacionarias en función del número de vientres. El micrófono se mueve a lo largo del tubo, cuya longitud es de  $L_{fa} = 89,3 \pm 0,4$  cm. Cuando se da la condición de resonancia, que se obtiene observando el osciloscopio en el modo x-y, se pueden contar los máximos de presión moviendo el micrófono a lo largo del tubo. Sabiendo la longitud total del tubo, se puede deducir la longitud de onda según [13].

**Tabla 5 – Frecuencias a las que se observa (en el osciloscopio) una onda estacionaria de presión con n+1 vientres en el tubo de Kundt abierto por un extremo.**

<b>n</b>	<b>v ± 2 Hz</b>
1	168
2	359
3	545
4	722
5	911
6	1091

En el experimento se intentó realizar la medida de la longitud a la que se encontraba el primer máximo de presión para obtener la longitud de onda de esa manera, pero los valores que obtuvimos tenían una desviación sistemática respecto a lo esperado, por lo que prescindimos de ellos. Cabe señalar que el método de medida es algo rudimentario, ya que hay que alinear el micrófono y medir “a ojo”, con lo que el método es muy susceptible de sufrir errores en la toma de las medidas.

Por ello, como alternativa, contamos simplemente el número de máximos a lo largo del tubo, medida suficiente para calcular posteriormente la longitud de onda, de manera análoga al tubo cerrado.

# TRATAMIENTO DE DATOS

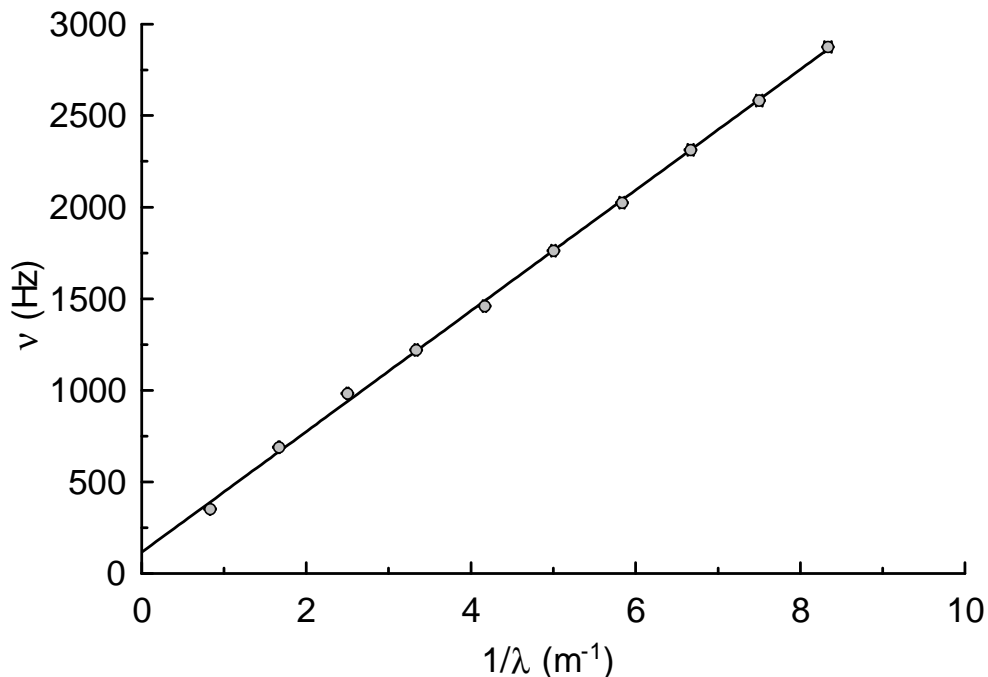
## Tubo cerrado

### Longitud fija

Según las ecuaciones [7], [8] y [10] se obtienen los siguientes valores que se representan gráficamente:

**Tabla 6** – Frecuencias a las que se observa (en el osciloscopio) una onda estacionaria de presión con  $n+1$  vientres en el tubo de Kundt cerrado por ambos extremos.

$\lambda$ (cm)	$1/\lambda$ (1/m)	$\nu \pm 2$ Hz
120,0 $\pm$ 0,6	0,833 $\pm$ 0,004	352
60,0 $\pm$ 0,3	1,667 $\pm$ 0,008	689
40,0 $\pm$ 0,2	2,500 $\pm$ 0,013	983
30,00 $\pm$ 0,15	3,333 $\pm$ 0,017	1221
24,00 $\pm$ 0,12	4,17 $\pm$ 0,02	1460
20,00 $\pm$ 0,10	5,00 $\pm$ 0,03	1763
17,14 $\pm$ 0,09	5,83 $\pm$ 0,03	2025
15,00 $\pm$ 0,08	6,67 $\pm$ 0,03	2313
13,33 $\pm$ 0,07	7,50 $\pm$ 0,04	2583
12,00 $\pm$ 0,06	8,33 $\pm$ 0,04	2875



**Figura 5** - Dependencia inversamente proporcional de la frecuencia con la longitud de onda en el tubo de Kundt.

$$\text{Ecuación de la recta: } \nu = (330 \pm 3) \cdot 1/\lambda + (115 \pm 17) \text{ [Hz]} \quad r = 0,9996$$

Se observa que el acuerdo lineal es muy alto, pero la ordenada en el origen sale muy lejana a cero, a diferencia de lo que se espera según la ecuación [9]. Esto puede deberse a un error sistemático del valor que marca el generador de funciones o el osciloscopio, instrumentos de medida que podrían no estar bien calibrado, o bien a un error del experimentador a la hora de determinar cuándo se ha alcanzado la condición de resonancia. No obstante, cabe señalar que al tratarse de la inversa de la longitud de onda (eje de abscisas), los puntos cercanos a 0 corresponden a longitudes de onda tendiendo a infinito, por lo que deberíamos haber tomado valores más grandes de la longitud de onda para obtener una orde-

nada en el origen más fiable. Otra explicación podría basarse en los errores en los bordes, ya que el tubo no estaba completa ni herméticamente cerrado, lo cual no está contemplado en el planteamiento teórico.

La pendiente corresponde, según la ecuación [9], a la velocidad del sonido:

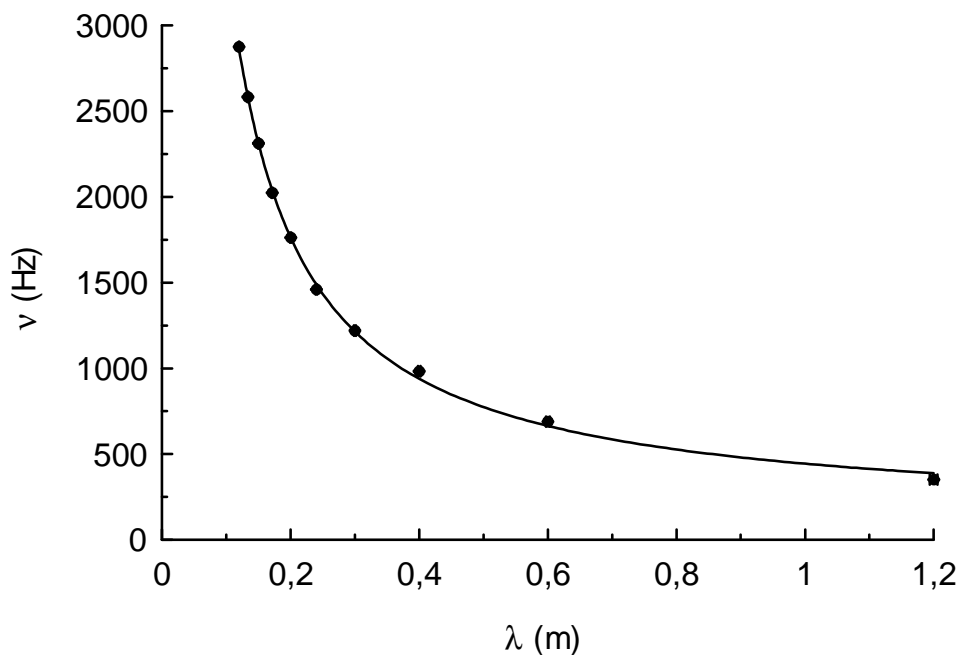
$$v_{s1} = 330 \pm 3 \text{ m/s}$$

Este valor está muy cerca del valor de la velocidad del sonido, que para la temperatura a la que se realizó la práctica es, según la ecuación [20]:

$$v_{s\_teo\_18^\circ\text{C}} = 341,8 \pm 0,6 \text{ m/s}$$

Pese a que los intervalos de error no se solapan entre sí, la desviación relativa respecto al valor esperado es del 3,5%, lo cual entra dentro de lo aceptable experimentalmente. Probablemente, el que la velocidad (pendiente de la recta) nos haya salido ligeramente menor de la esperada está relacionado con que la ordenada ha salido mayor que cero, siempre y cuando haya más errores que una simple traslación de la recta debido a un supuesto error sistemático (con lo que la pendiente quedaría inalterada).

Si se realiza un ajuste comparativo invirtiendo las variables dependiente e independiente se obtiene una recta con un coeficiente lineal menor y con una ordenada en el origen también alejada del cero, pero con una pendiente o velocidad del sonido demasiado grande ( $v_{s1b} = 438 \pm 4 \text{ m/s}$ ). Esto pone de manifiesto que podría haber un error sistemático en la frecuencia. Para valorar si estos errores sistemáticos son importantes, realizamos un ajuste a la función original dejando dos parámetros de posibles errores sistemáticos, para lo que suponemos que no hay errores aleatorios o accidentales:



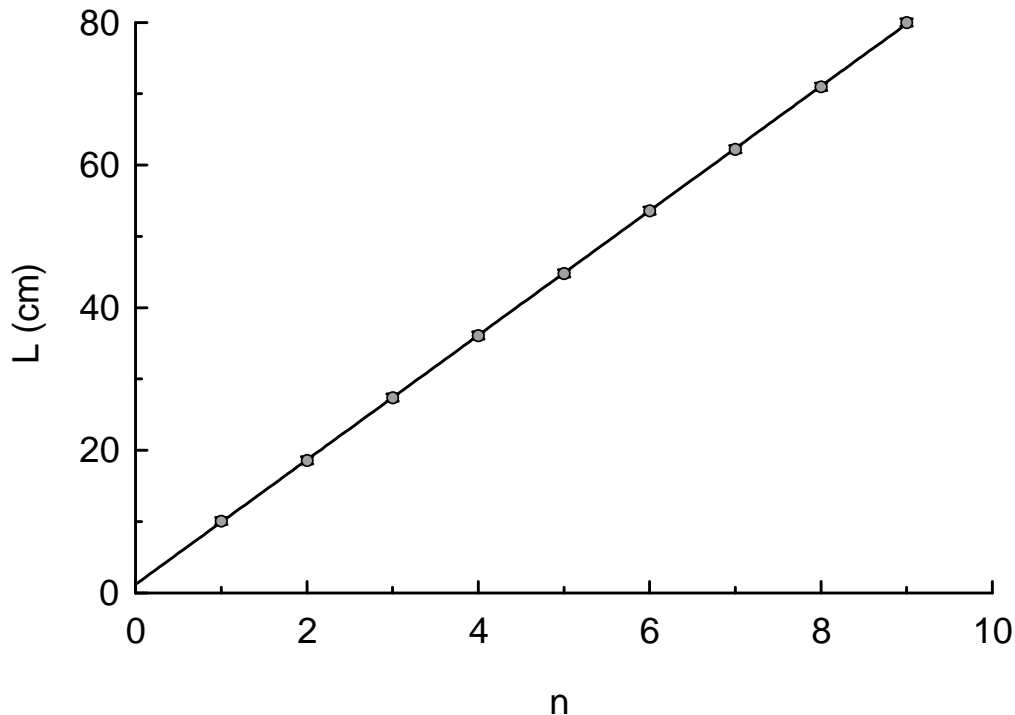
**Figura 6 - Valoración de errores sistemáticos en los instrumentos de medida empleados.**

Ecuación:  $v = (331 \pm 16)/(\lambda + (0,000 \pm 0,005)) + (110 \pm 30) \text{ [Hz]}$   $r = 0,9996$

Si consideramos fiable el ajuste realizado por el programa a la ecuación y no tenemos en cuenta los errores accidentales, podríamos concluir que hay un error sistemático en la medida de la frecuencia, que es independiente de la misma (constante). Esto puede deberse o bien a un error a la hora de determinar la condición de resonancia o de un error del instrumento de medida. Por otra parte, de los parámetros del ajuste se deduce que el error en la determinación de la longitud de onda es despreciable. Por tanto, habría que repetir el experimento para verificar que si la desviación se mantiene o es simplemente un error accidental del experimentador. Si permaneciese, habría que ver si se trata de un fallo en el montaje o método experimental (bordes, pérdida de energía) o del instrumento de medida, lo que se podría comprobar fácilmente utilizando un generador de funciones y/u osciloscopio distinto para comparar si el anterior influye en la desviación.

## Frecuencia fija

En este caso se representa la longitud del tubo frente al número de vientres detectados a lo largo del tubo en la onda de desplazamiento de las moléculas:



**Figura 7** - Longitud del tubo de Kundt a la que se detectan  $n+1$  vientres de presión a una frecuencia determinada.

Ecuación de la recta:  $L = (8,732 \pm 0,015) \cdot n + (1,21 \pm 0,09)$  [cm]  $r = 0,99999$

Se observa que el coeficiente de correlación lineal es muy alto y que los errores de los parámetros del ajuste son muy reducidos. La ordenada en el origen sale algo desviada de cero, pero esto concuerda con las observaciones experimentales realizadas, donde se asignó un error de 0,5cm a la medida de la longitud debido a la imprecisión del método experimental a la hora de determinar cuándo se alcanza la condición de resonancia.

El hecho de que haya una proporcionalidad (verificado por el coeficiente de correlación lineal) entre la longitud y el número de máximos pone de manifiesto que la velocidad del sonido no depende de la longitud del tubo (la pendiente no sería constante en caso contrario y no observaríamos una recta). Esta observación se corresponde con lo que intuitivamente cabe esperar en la propagación de una onda.

Según las ecuaciones [11] y [12], podemos obtener la velocidad del sonido a partir de la pendiente:

$$v_{s2} = 342,6 \pm 0,6 \text{ m/s}$$

$$v_{s\_teo\_18^\circ\text{C}} = 341,8 \pm 0,6 \text{ m/s}$$

Los intervalos de error de ambos valores se solapan, con lo que el resultado obtenido experimentalmente es compatible con el esperado. Además, la desviación relativa es tan sólo del 0,2%.

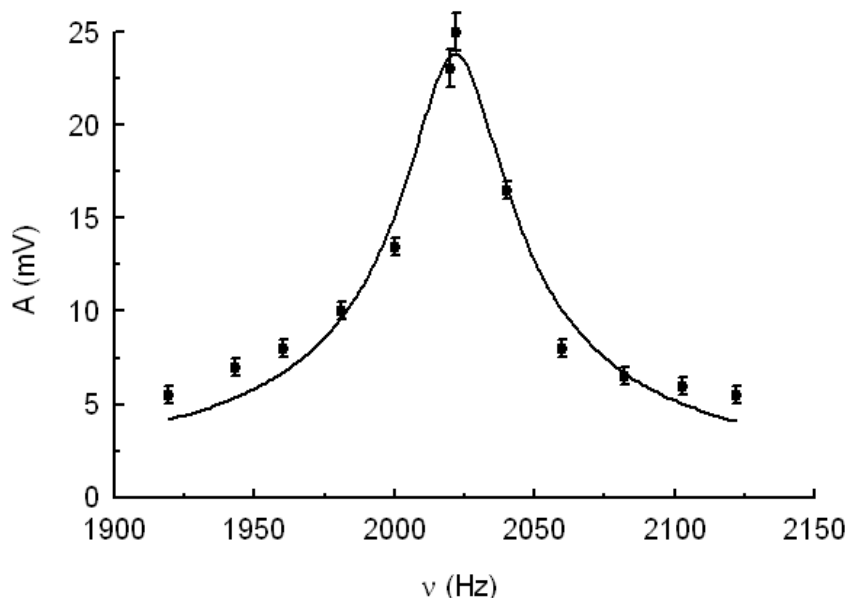
Por tanto, podemos concluir que la determinación mediante este segundo método ha sido más precisa y ajustada al valor esperado que la primera. Pese a que la diferencia en los valores finales calculados no es muy grande, el primer método permite a priori una medida más directa, pues sólo debes ajustar el valor de la frecuencia a una longitud fija mirando el osciloscopio, mientras que el 2º tienes que ajustar la longitud del tubo a una frecuencia fija mirando el osciloscopio. Esta segunda medida es algo más difícil, ya que hay que vigilar que el micrófono esté junto al émbolo en todo momento y su ajuste es más rudimentario.

El hecho de que en este método no haya habido una desviación del ajuste grande respecto a lo esperado nos hace descartar un supuesto error al determinar la condición de resonancia en el osciloscopio (tanto del experimentador como del instrumento) en el método anterior, ya que se ha empleado ese mismo criterio en este caso y el ajuste ha sido mejor. Podría tratarse, por tanto, de un error en el valor

que marca el generador de funciones, aunque esto se contradice con la comprobación de calibración realizada inicialmente.

## Perfil de resonancia

Si se representan los valores medidos y se ajusta a la función lorenciana [ecuación 6], se obtiene:



**Figura 8 - Variación de la amplitud alrededor de la frecuencia de resonancia en el tubo de Kundt.**

Parámetros del ajuste:  $A = 1730 \pm 120 \text{ Vs}^2$   $\nu_r = 2022 \pm 2 \cdot \text{Hz}$   $\beta = 17,9 \pm 1,6 \text{ s}^{-1}$   $r = 0,983$

Se observa que el ajuste no es demasiado bueno, pero se adivina que una mejor determinación de los puntos y una mayor densidad de datos permitirían ajustar con más precisión a una curva de tipo lorenciano. Al margen de ello, podría haber otros errores relacionados con el amortiguamiento de la señal a lo largo del cable o de los instrumentos que no hemos tenido en cuenta.

En cualquier caso, es bastante probable que errásemos al apuntar los valores e intercambiásemos dos medidas o que no tuviésemos en cuenta un cambio en la escala del voltímetro. Esto explicaría el desajuste en la parte derecha de la lorenciana. En el resto de medidas sí que se ve que cuanto más cerca estamos de la frecuencia de resonancia, mayor es la intensidad detectada por el micrófono y registrada en el osciloscopio.

Los valores obtenidos del ajuste se corresponden con los esperados, pues la frecuencia de resonancia es compatible con la medida experimentalmente, y el factor de amortiguamiento es de un orden de magnitud común en las oscilaciones amortiguadas forzadas.

A partir de ese valor es posible calcular el factor calidad  $Q$  del sistema oscilante (en nuestro caso las ondas sonoras en el tubo de Kundt), como se ha señalado en los fundamentos teóricos:

$$Q = 56 \pm 5$$

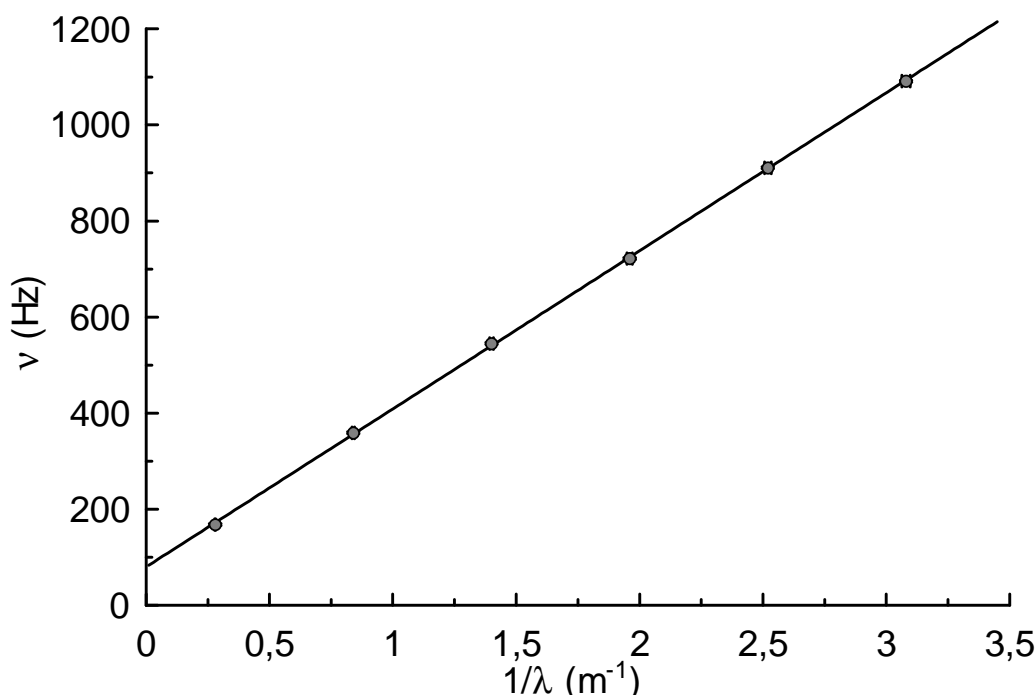
Este factor de calidad no es especialmente alto y pone de manifiesto el amortiguamiento de las ondas sonoras en el medio material (aire) por el que se propagan.

## Tubo abierto por un extremo

Según las ecuaciones [13] y [14], se obtienen los siguientes valores y representación gráfica:

**Tabla 7** – Longitudes de onda correspondientes a las frecuencias a las que se observa (en el osciloscopio) una onda estacionaria de presión con n+1 vientres en el tubo de Kundt abierto por un extremo.

n	$\lambda$ (cm)	$1/\lambda$ (1/m)	$\nu \pm 2$ Hz
1	3,57 $\pm$ 0,02	0,2800 $\pm$ 0,0016	168
2	1,191 $\pm$ 0,007	0,840 $\pm$ 0,005	359
3	0,714 $\pm$ 0,004	1,400 $\pm$ 0,008	545
4	0,510 $\pm$ 0,003	1,960 $\pm$ 0,011	722
5	0,397 $\pm$ 0,002	2,520 $\pm$ 0,014	911
6	0,3247 $\pm$ 0,0018	3,080 $\pm$ 0,017	1091



**Figura 9** - Dependencia inversamente proporcional de la frecuencia con la longitud de onda en el tubo abierto.

$$\text{Ecuación de la recta: } \nu = (329,0 \pm 1,7) \cdot 1/\lambda + (79 \pm 3) \text{ [Hz]} \quad r = 0,99995$$

Como se observa, hay una marcada dependencia lineal y la recta se ajusta muy bien con todas las medidas realizadas. Aparte, la ordenada en el origen sale bastante alejada del cero, en la misma tendencia que en los apartados anteriores, donde la desviación era del mismo signo y orden de magnitud. Esto apoya la hipótesis de que existe un error sistemático o bien en nuestros instrumentos de medida o bien en el procedimiento experimental. Otra posible causa de error podría ser que hayamos considerado el radio del tubo despreciable frente a la longitud de onda para simplificar, y hemos supuesto que hay un nodo de presión en el extremo abierto, con lo que las ecuaciones utilizadas serían sólo aproximadas.

A partir de la pendiente, de nuevo, podemos calcular la velocidad del sonido:

$$\nu_{s3} = 329,0 \pm 1,7 \text{ m/s}$$

$$\nu_{s\_teo\_18^\circ\text{C}} = 341,8 \pm 0,6 \text{ m/s}$$

Se observa, de manera similar al primer valor obtenido en el anterior apartado, que el valor está a más de dos barras de error, por lo que hemos subestimado el error de nuestra medida, presumiblemente debido a los errores sistemáticos mencionados. Pese a todo, el valor está dentro de lo aceptable experimentalmente, puesto que la desviación relativa es menor del 10%, concretamente un 3,7%.

# CONCLUSIÓN

En esta práctica se ha estudiado el fenómeno de la propagación de ondas acústicas en el interior del tubo de Kundt, tanto en el cerrado como en el abierto. Mediante un generador de funciones, un altavoz emisor, un micrófono receptor y un osciloscopio se ha estudiado la formación de ondas estacionarias en el interior del tubo. A partir de los valores de la frecuencia y contando el número de máximos, así como la longitud del tubo, se han calculado valores de la velocidad del sonido, compatibles con el valor esperado. Además, se ha estudiado el perfil de amplitud de oscilación alrededor de una frecuencia de resonancia y se ha verificado que una curva de tipo lorenciana se ajusta a dicho perfil.

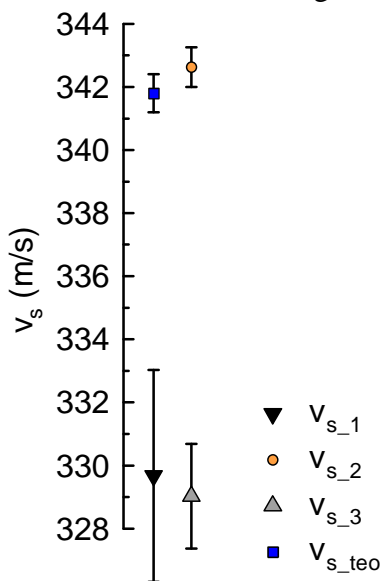
En el tubo cerrado se estudia por una parte la dependencia de la longitud de onda o del número de vientres en la onda con la frecuencia a una distancia del tubo fija, y por otra la dependencia de la longitud del tubo con el número de vientres de la onda estacionaria a una frecuencia fija. En el tubo abierto por un lado se procede de manera análoga a la primera parte, ya que se deja la longitud fija y se varía la frecuencia. A partir de sendos ajustes tras linealizar las ecuaciones se verifican dependencias lineales con coeficientes de correlación lineal muy altos. Pero las ordenadas en el origen salen sistemáticamente mayores que cero en los casos en los que la frecuencia es la variable independiente, lo que nos induce a pensar que podría haber un error sistemático en el experimento (como se ha indicado ya en el apartado de tratamiento de datos), mientras que los errores aleatorios son muy pequeños en comparación.

No obstante, dichos errores no desvirtúan los valores calculados de la velocidad del sonido, que se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 8 – Comparación de los valores de la velocidad del sonido experimentales con el valor esperado.**

$v_s$ (m/s)		Desv.
$v_{s_1}$	$330 \pm 3$	3,5%
$v_{s_2}$	$342,6 \pm 0,6$	-0,2%
$v_{s_3}$	$329,0 \pm 1,7$	3,7%
$v_{s_{teo}} 18^\circ\text{C}$	<b><math>341,8 \pm 0,6</math></b>	

Pese a que el primer y tercer valor tienen intervalos de error demasiado pequeños y no comprenden el valor esperado, podemos afirmar que todos los valores son compatibles con lo esperado y se aceptan experimentalmente. En particular, el segundo valor es el que más se ajusta a lo esperado, con una desviación muy pequeña respecto de lo esperado y un solapamiento entre los intervalos de error, como se muestra en la siguiente gráfica:



**Figura 10 - Comparación de los valores experimentales y teórico de la velocidad del sonido.**

En resumen, podemos concluir que el experimento ha cumplido el objetivo de estudiar las ondas acústicas y su propagación en el interior del tubo de Kundt. Se ha estudiado la formación de ondas estacionarias en el tubo cerrado y abierto, y se han determinado valores de la velocidad del sonido a partir de ajustes lineales. Aparte, se ha estudiado el perfil de resonancia alrededor de la frecuencia resonante a la que se forma la onda estacionaria. Pese a posibles errores sistemáticos en el método experimental o los instrumentos de medida, se han verificado los modelos teóricos y los valores de la velocidad del sonido calculados han sido compatibles con el valor de referencia, por lo que podemos afirmar que los objetivos planteados se han alcanzado satisfactoriamente.

**Bibliografía:**

- Tipler-Mosca, 5ª Ed. 2005.; Ed. Reverté; Vol. 1, Apéndice
- Guión de prácticas del Laboratorio de Mecánica y Ondas, 2º de Física, UVEG
- Apuntes de la asignatura Mecánica y Ondas UVEG - Chantal Ferrer 2009
- Curso de Física Interactiva en Internet - Universidad del País Vasco (www.sc.ehu.es)